higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N5

(16030175)

13 Augustus 2021 (X-vraestel)
09:00–12:00

Wetenskaplike sakrekenaars en tekeninstrumente mag gebruik word.

Hierdie vraestel bestaan uit 5 bladsye en 'n formuleblad van 4 bladsye.

314Q1G2113

Kopiereg voorbehou

DEPARTEMENT VAN HOËR ONDERWYS EN OPLEIDING
REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA

NASIONALE SERTIFIKAAT
WISKUNDE N5
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord al die vrae.
2. Lees al die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
4. Toon alle tussenstappe en vereenvoudig waar moontlik.
5. Alle finale antwoorde moet tot DRIE desimale plekke afgerond word.
6. Vrae mag in enige volgorde beantwoord word, maar onderafdelings van vrae moet bymekaar gehou word.
7. Sketse moet groot, netjies en ten volle benoem wees.
8. Begin elke vraag op 'n nuwe bladsy.
9. Gebruik slegs 'n swart of blou pen.
10. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Bepaal die volgende limiete:

1.1.1 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3-x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{5x-11}}$ (3)

1.1.2 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\dfrac{1}{4+3x}+\dfrac{1}{x}}{x+1}$ (2)

1.2 Gegee: $\ln y = \lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\cos(x-4)-1}{2x-8}$, bereken die numeriese waarde van:

1.2.1 $\ln y$ (2)

1.2.2 y (1)

1.3 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $f(x)$ diskontinu is as:

$$f(x)=\frac{\sin 2x}{\cos 2x}$$ (2)

[10]

VRAAG 2

2.1 Gegee:

$$f(x)=-5x^7$$

Bepaal die eenvoudigste vorm van:

2.1.1 $f(x+h)$ (2)

2.1.2 $f(x+h)-f(x)$ (1)

2.1.3 $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ (1)

2.1.4 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ (1)

2.2 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ in elk van die volgende gevalle:

(Vereenvoudiging is nie nodig nie.)

2.2.1 $y=\tan[(5-x^2)(\ln^2 x)]$

2.2.2 $y=\sqrt[4]{\cos(9-x^2)+\sqrt{\ln x}}$

(2 × 4) (8)

2.3 Bereken $\frac{dy}{dx}$ as $y = \frac{\sin(3x+x^2)}{(6-x^4)^3}$ met behulp van logaritmiese differensiasie (4)

2.4 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ of implisiete funksie $\cos(x^2 + 2y) + xe^{y^2} = 1$ (5)

[22]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $f(x) = 2x^3 + x^2 - x + 2$

3.1.1 Bepaal die koördinaat van die infleksiepunt van $f(x)$ (2)

3.1.2 Stel 'n tabel op van x en $f(x)$, waar x wissel van $x = -2$ tot $x = 2$ (3)

3.1.3 Teken 'n netjiese grafiek van $f(x)$ tussen die waardes en toon die draaipunt daarop. (2)

3.1.4 Een wortel van die vergelyking $2x^3 + x^2 - x + 2 = 0$ is naby aan $-1{,}5$.

Gebruik Taylor of Newton se metode twee keer om 'n beter benadering van hierdie wortel te bepaal (wortel korrek tot DRIE desimale plekke). (4)

3.2 Ons wil 'n reghoekige kas bou met 'n basislengte van 6 keer die breedte van die basis en die kas sal 20 m^3 omsluit. Die koste van die materiaal van die sye is R3/m^2 en die koste van die bo- en onderkant is R15/m^2.

Bepaal die afmetings van die kas wat die koste sal minimeer. (6)

[17]

VRAAG 4

4.1 Bepaal $\int y\,dx$ in elk van die volgende gevalle.

4.1.1 $y = \sec^2 2x(9 + 7\tan 2x - \tan^2 2x)$ (4)

4.1.2 $y = \frac{7x+2}{\sqrt{1-25x^2}}$ (4)

4.1.3 $y = \frac{3x^3 - 17x^2 + 18x + 10}{3x + 1}$ (5)

4.1.4 $y = \sin^3 x \cos x$ (2)

4.1.5 $y = x\sec^2 x$ (4)

4.2 Bepaal $\int y\,dx$ deur die integraal in parsieelbreuke breuke op te los:

$$y = \frac{x+5}{(x-3)(x+1)}$$

(5)
[24]

VRAAG 5

5.1 Evalueer die bepaalde integraal:

$$\int_3^7 \left[\frac{9e^x}{e^x+4} + \frac{(\ln 2x)^2}{x}\right] dx$$

(5)

5.2 Gegee : $y = 8x - 2x^2$ en x-as.

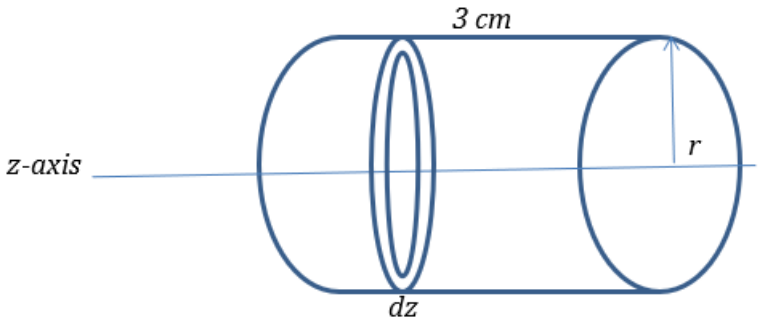
5.2.1 Bereken die koördinate van die snypunte. (2)

5.2.2 Maak 'n netjiese skets om die ingeslote gebied, die verteenwoordigende strook en die snypunt te toon. (2)

5.2.3 Bereken die grootte van die oppervlakte in VRAAG 5.2.2. (3)

5.2.4 Bereken die volume van die omwentelingsliggaam wat gevorm word wanneer die oppervlakte in VRAAG 5.2.2 om die x-as geroteer word. (4)

5.3 Bepaal die inersiemoment van 'n vliegwiel met 'n radius van 30 cm en 'n dikte van 3 cm om 'n as deur die middel en loodreg op die vliegwiel. Die massa van die vliegwiel is 15 kg.



(4)
[20]

VRAAG 6

6.1 Bepaal die partikuliere oplossing van: $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{ye^{x^2}}$ ‘ $(0; 1)$ (4)

6.2 Bepaal die algemene oplossing van:

$$\operatorname{cosec} x \,.\, \frac{d^2y}{dx^2} = 1 + \cot x + \frac{x^2}{\sin x}$$

(3)
[7]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou

WISKUNDE N5

FORMULEBLAD

Enige toepaslike formule mag ook gebruik word:

TRIGONOMETRIE

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
$1 + \cot^2 x = \text{cosec}^2 x$
$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$\sin^2 A = {}^1/_2 - {}^1/_2 \cos 2A$
$\cos^2 A = {}^1/_2 + {}^1/_2 \cos 2A$

$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A$
$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \pm \sin A \sin B$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \pm \tan A \tan B}$$

$\sin A \cos B = {}^1/_2 [\sin(A + B) + \sin(A - B)]$
$\cos A \sin B = {}^1/_2 [\sin(A + B) - \sin(A - B)]$
$\cos A \cos B = {}^1/_2 [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$
$\sin A \sin B = {}^1/_2 [\cos(A - B) - \cos(A + B)]$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}; \sin x = \frac{1}{cosec\ x}; \cos x = \frac{1}{\sec x}$$

BINOMIAALSTELLING

$$(x + h)^n = x^n + \text{n}x^{n-1}\, h + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2}\, h^2 + \cdots$$

DIFFERENSIASIE

$$e = -\frac{f(a)}{f'(a)}$$
$r = a + e$

PRODUKREËL

$\text{y} = \text{u}(x) \,.\, v(x)$

$$\frac{dy}{dx} = u \,.\, \frac{dv}{dx} + v \,.\, \frac{du}{dx}$$
$= u \,.\, v' + v \,.\, u'$

Kopiereg voorbehou

KWOSIËNTREËL

$y = \frac{u(x)}{v(x)}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{v\,.\,\frac{du}{dx} - u\,.\,\frac{dv}{dx}}{v^2}$

$\frac{v\,.\,u' - u\,.\,v'}{v^2}$

KETTINGREËL

$y = f\big(u(x)\big)$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\,.\frac{du}{dx}$

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$

---

ax^n	nax^{n-1}	$\frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$
a	0	$ax + c$
e^x	e^x	$e^x + c$
a^x	$a^x.lna$	$\frac{a^x}{lna} + c$
$\log_e x$	$\frac{1}{x}$	——
$\log_a x$	$\frac{1}{xlna}$	——
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x + c$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$ln(\sec x) + c$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$	$ln(\sin x) + c$
$\sec x$	$\sec x\,.\tan x$	$ln[\sec x + \tan x] + c$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x\ .\cos x$	$ln(\operatorname{cosec} x + \cot x) + c$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	——
$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	——
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	——
$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	——
$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	——
$\operatorname{cosec}^{-1} x$	$\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$	——

Kopiereg voorbehou

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	—	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+c$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	—	$\frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+$ c
$\frac{1}{x\sqrt{x^2+a^2}}$	—	$\frac{1}{a}\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+c$
$\sqrt{a^2-x^2}$	—	$\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}\ +c$
$\frac{1}{x^2-a^2}$	—	$\frac{1}{2a}ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right)+c$
$\frac{1}{a^2-x^2}$	—	$\frac{1}{2a}ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)+c$

INTEGRASIE

$$\int f(x)\ g'(x)\ dx = f(x)\ g(x) - \int f'(x)g\ (x)dx$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = ln\ f(x)\ + c$$

$$\int [f(x)]^n\ f'(x)dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n\ +1} + c$$

$$\frac{f(x)}{(ax+b)(cx\ +d)} = \frac{A}{ax\ +b} + \frac{B}{cx\ +d}$$

$$\frac{f(x)}{(x\ +a\ )^n} = \frac{A}{(x\ +a)} + \frac{B}{(x\ +a)^2} + \frac{C}{(x+a)^3} + \cdots \frac{Z}{(x\ +a)^n}$$

TOEPASSINGS VAN INTEGRASIE

OPPERVLAKTES

$$A_x = \int_a^b ydx\ ;\ A_x = \int_a^b (y_1 - y_1)dx$$

$$A_x = \int_a^b xdy\ ; A_{Y=} \int_a^b (x_1 - x_2)dy$$

Kopiereg voorbehou

VOLUMES

$V_x = \pi \int_a^b y^2\,dx\;;\; V_{X=\pi} \int_a^b (y_1^2 - y_2^2)dx$

$V_y = \pi \int_a^b x^2\,dy\;;\; V_{y=\pi} \int_a^b (x_1^2 - x_2^2)dy$

TWEEDE OPPERVLAKTEMOMENT

$I_x = \int_a^b r^2\,dA\;;\; I_{y=} \int_a^b r^2\,dA$

INERSIEMOMENT

$Massa = digtheid \times volume$

$M = pv$

$DEFINISIE: I = m\,r^2$

$ALGEMEEN: I = \int_a^b r^2 dm = p \int_a^b r^2 dV$

Kopiereg voorbehou