higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

T1030**(A)**(J26)T

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N5

(8120003)

26 Julie 2018 (X-Vraestel)
09:00–12:00

Hierdie vraestel bestaan uit 5 bladsye en 'n formuleblad wat oor 5 bladsye strek.

Kopiereg voorbehou

DEPARTEMENT VAN HOËR ONDERWYS EN OPLEIDING
REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA

NASIONALE SERTIFIKAAT
WISKUNDE N5
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord AL die vrae.
2. Lees AL die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Toon ALLE intermediêre stappe en vereenvoudig dit waar moontlik.
5. Rond AL jou finale antwoorde af tot DRIE desimale plekke.
6. Beantwoord vrae in enige volgorde, maar hou onderafdelings van vrae bymekaar.
7. Beantwoord vrae met 'n pen in BLOU of SWART ink.
8. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Bepaal die waarde van die limiet:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2+8x-9}{x^3-2x^2-5x+6}\right).$$ (2)

1.2 Gegewe: $\log y = \lim_{x\to\infty} x^2e^{-x}$, bereken die numeriese waarde van die volgende:

1.2.1 $\log y$ (3)

1.2.2 y (1)

1.3 Bepaal die waarde(s) van x,waarvoor $f(x)$ diskontinu is as $f(x)=\frac{x}{7-e^x}$. (2)

[8]

VRAAG 2

2.1 Bepaal die afgeleide van $f(x)=\frac{1-x}{x+2}$ vanaf eerste beginsels. (5)

2.2 Maak 'n netjiese skets van die grafiek $y = arc\,\text{cosec}\,x$ vir die ry $[0;\pi]$. (2)

2.3 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ in elk van die volgende gevalle:

(Dit is nie nodig om te vereenvoudig nie.)

2.3.1 $y=[\ln(x^2+1)-\tan^{-1}(3x)]^6$ (3)

2.3.2 $$y=\frac{e^{x^2+8x}}{\sqrt{x^4+7}}$$ (4)

2.3.3 $$y=\sqrt{x^2+\sqrt{1+4x}}$$ (3)

2.4 Bereken $\frac{dy}{dx}$ met behulp van logaritmiese differensiasie as $y=x^{\sqrt{x}}$. (4)

2.5 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ van implisiete funksie $\tan\left(\frac{x}{y}\right)=x+y$. (5)

[26]

Kopiereg voorbehou

VRAAG 3

3.1 Gegewe: $f(x) = 7x^3 - 8x + 4$.

3.1.1 Bepaal die koördinaat van die buigingspunt van $f(x)$. (3)

3.1.2 Stel 'n tabel van x en $f(x)$ op, waar x 'n omvang van $x = -2$ tot $x = 2$ het. (2)

3.1.3 Trek 'n netjiese grafiek van $f(x)$ tussen hierdie waardes en toon die draaipunte daarop. (2)

3.1.4 Een wortel van die vergelyking $f(x) = 7x^3 - 8x + 4$ is naby aan -1. Bepaal 'n beter benadering van hierdie wortel aan die hand van hierdie waarde en een benadering van Taylor/Newton se metode. (Gee die wortel korrek tot DRIE desimale syfers.) (3)

3.2 Die lengte van een sy van 'n reghoek is drie maal die lengte van die ander sy. Dui aan teen watter tempo die ingeslote area verminder word as die kortste sy 6 *m* lank is en teen 'n tempo van 2 *m/s* afneem. (5)

3.3 'n Objek beweeg in 'n reguitlyn en ná *t* sekondes is die afstand daarvan x meter vanaf 'n vaste punt op die lyn wat deur $x = t^3 - 7t^2 + 8t + 2$ aangegee word. Verkry 'n uitdrukking vir snelheid en versnelling van die objek ná *t* sekondes en bereken dan die waardes van *t* wanneer die objek tot stilstand kom. (5)

[20]

VRAAG 4

4.1 Bepaal $\int y\,dx$ in elk van die volgende gevalle:

4.1.1 $y = x\sqrt{x+3}$ (3)

4.1.2 $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x - 1}$ (4)

4.1.3 $y = \dfrac{1}{\sqrt{5 - 25x^2}}$ (2)

4.1.4 $y = \cos(4ax)\sin(3bx)$ (3)

4.1.5 $y = \ln x^2$ (3)

4.2 Bepaal $\int y\,dx$ deur die integraal in parsieelbreuke op te los:

$$\frac{1}{ax - bx^2}$$ (5)

[20]

VRAAG 5

5.1 Evalueer die bepaalde integraal: $\int_0^1 \sqrt{9-x^2}\,dx$ (3)

5.2 Gegewe: $y = -x + 5$ en $y = x^2 - 6x + 9$.

5.2.1 Bereken die koördinate van die snydingspunte. (2)

5.2.2 Maak 'n netjiese skets om die ingeslote area, die verteenwoordigende strook en die snydingspunt te toon. (2)

5.2.3 Bereken die grootte van die area in VRAAG 5.2.2. (3)

5.2.4 Bereken die volume van die omwentelingsliggaam wat gevorm word wanneer die area in VRAAG 5.2.2 om die *x*-as geroteer word. (4)

5.3 Bereken die tweede areamoment van 'n sirkelvormige lamina, met straal 4 *cm* en om 'n as deur die middelpunt daarvan, en loodreg op die vlak van die lamina. (4)
[18]

VRAAG 6

6.1 As die gradiënt van 'n kromme $(1+x)\,dy = (y+1)\,dx$ is, bepaal die vergelyking vir die kromme as dit deur die punt (0,1) beweeg). (5)

6.2 Bepaal die algemene oplossing vir: $\frac{d^2y}{dx^2} = x^3 - e^{-x} + 3$. (3)
[8]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou

WISKUNDE N5

FORMULEBLAD

Any other applicable formula may also be used.
Enige ander toepaslike formule kan ook gebruik word.

Trigonometry / Trigonometrie

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \operatorname{cos} ec^2 x$$

$$\sin 2A = 2\sin A.\cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$\tan 2A = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$\sin^2 A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2A$$

$$\cos^2 A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2A$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A.\cos B \pm \sin B.\cos A$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A.\cos B \mp \sin A.\sin B$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 - \tan A.\tan B}$$

$$\sin A.\cos B = \tfrac{1}{2}[\sin(A+B) + \sin(A-B)]$$

$$\cos A.\sin B = \tfrac{1}{2}[\sin(A+B) - \sin(A-B)]$$

$$\cos A.\cos B = \tfrac{1}{2}[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$$

$$\sin A.\sin B = \tfrac{1}{2}[\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}; \sin x = \frac{1}{\operatorname{cos} ecx}; \cos x = \frac{1}{\sec x}$$

BINOMIAL THEOREM / BINOMIAALSTELLING

$$(x+h)^n = x^n + n.x^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}h^2 + \ldots$$

DIFFERENTIATION / DIFFERENSIASIE

$$e = -\frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$r = a + e$$

PRODUCT RULE / PRODUKREËL

$$y = u(x).v(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = u.\frac{dv}{dx} + v.\frac{du}{dx}$$

$$= u.v' + v.u'$$

QUOTIENT RULE / KWOSIËNTREËL

$$y = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v.\frac{du}{dx} - u.\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$= \frac{v.u' - u.v'}{v^2}$$

CHAIN RULE / KETTINGREËL

$$y = f(u(x))$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}.\frac{du}{dx}$$

$f(x)$ $\quad$ $\frac{d}{dx} f(x)$ $\quad$ $\int f(x)dx$

---

ax^n	nax^{n-1}	$\frac{ax^{n+1}}{n+1}+c$
a	0	$ax+c$
e^x	e^x	e^x+c
a^x	$a^x.\ln a$	$\frac{a^x}{\ln a}+c$
$\log_e x$	$\frac{1}{x}$	—
$\log_a x$	$\frac{1}{x\ln a}$	—
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x+c$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x+c$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$\ln(\sec x)+c$
$\cot x$	$-\cos ec^2 x$	$\ln(\sin x)+c$
$\sec x$	$\sec x.\tan.$	$\ln[\sec x+\tan x]+c$
$\cos ecx$	$-\cos ecx.\cot x$	$\ln[\cos ecx-\cot x\}+c$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	—
$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	—
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	—
$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	—
$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	—
$\cos ec^{-1}x$	$\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$	—

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$

$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	—	$\sin^{-1}(\frac{x}{a})+c$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	—	$\frac{1}{a}\tan^{-1}(\frac{x}{a})+c$
$\frac{1}{x\sqrt{x^2-a^2}}$	—	$\frac{1}{a}\sec^{-1}(\frac{x}{a})+c$
$\sqrt{a^2-x^2}$	—	$\frac{a^2}{2}\sin^{-1}(\frac{x}{a})+\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+c$
$\frac{1}{x^2-a^2}$	—	$\frac{1}{2a}\ln(\frac{x-a}{x+a})+c$
$\frac{1}{a^2-x^2}$	—	$\frac{1}{2a}\ln(\frac{a+x}{a-x})+c$

INTEGRATION / INTEGRASIE

$$\int f(x).g'(x) = f(x).g(x) - \int f'(x).g(x)dx$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln f(x) + c$$

$$\int [f(x)]^n . f'(x)dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\frac{f(x)}{(ax+b)(cx+d)} = \frac{A}{ax+b} + \frac{B}{cx+d}$$

$$\frac{f(x)}{(x+a)^n} = \frac{A}{(x+a)} + \frac{B}{(x+a)^2} + \frac{C}{(x+a)^3} + ... + \frac{Z}{(x+a)^n}$$

Applications of integration / Toepassings van integrasie

AREAS

$$A_x = \int_a^b y dx; \quad A_x = \int_a^b (y_2 - y_1) dx$$

$$A_y = \int_a^b x dy; \quad A_y = \int_a^b (x_2 - x_1) dy$$

VOLUMES

$$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx; \quad V_x = \pi \int_a^b (y_2{}^2 - y_1{}^2) dx$$

$$V_y = \pi \int_a^b x^2 dy; \quad V_y = \pi \int_a^b (x_2{}^2 - x_1{}^2) dy$$

SECOND MOMENT OF AREA / TWEEDE AREAMOMENT

$$I_x = \int_a^b r^2 dA; \quad I_y = \int_a^b r^2 dA$$

MOMENTS OF INERTIA / TRAAGHEIDSMOMENTE

Mass = density x volume / Massa = digtheid x volume

$$M = pV$$

Definition / Definisie: $I = mr^2$

General / Algemeen: $I = \int_a^b r^2 dm = p \int_a^b r^2 dV$

Kopiereg voorbehou