higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N5

(16030175)

7 April 2021 (X-vraestel)
09:00–12:00

Wetenskaplike sakrekenaars mag gebruik word.

Hierdie vraestel bestaan uit 5 bladsye en ’n formuleblad van 5 bladsye.

069Q1A2107

Kopiereg voorbehou

DEPARTMENT OF HIGHER EDUCATION AND TRAINING
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT
WISKUNDE N5
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord al die vrae.

2. Lees al die vrae aandagtig deur.

3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.

4. Wys al die tussenstappe en vereenvoudig waar moontlik.

5. Alle finale antwoorde moet tot DRIE desimale afgerond word.

6. Vrae kan in enige volgorde beantwoord word, maar onderafdelings van vrae moet bymekaar gehou word.

7. Sketse moet groot, netjies en volledig benoem wees.

8. Werk netjies.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Bepaal elk van die volgende limiete:

1.1.1 $\lim\limits_{x\to\infty}\left[x\ln\left(1+\frac{3}{x}\right)\right]$ (4)

1.1.2 $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\frac{1}{7}-\frac{1}{x}}{x-7}$ (2)

1.2 Gegee: $-\log y=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{x}$

Bereken die numeriese waarde van elk van die volgende :

1.2.1 $\log y$ (2)

1.2.2 y (1)

1.3 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $f(x)$ diskontinu is indien

$$f(x)=\frac{e^{x^2+1}}{e^x-2e^{1-x}}$$ (2)

[11]

VRAAG 2

2.1 Gegee:

$f(x)=\frac{3}{x^5}$

Bepaal die eenvoudigste vorm van elk van die volgende:

2.1.1 $f(x+h)$ (2)

2.1.2 $f(x+h)-f(x)$ (1)

2.1.3 $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ (1)

2.1.4 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ (1)

2.2 Bereken $\frac{dy}{dx}$ van die volgende deur die afgeleides van $\sin x$ en $\cos x$ te gebruik, sowel as die differensiasiereëls:

$$y=e^{\ln(\tan x)}$$

WENK: $a^{\log_a x}=x$ (3)

2.3 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ in elk van die volgende gevalle (vereenvoudiging nie vereis nie):

2.3.1 $y = [\ln(x^2 + 1) - \tan^{-1}(6x)]^{10}$

2.3.2 $y = \dfrac{1 + \sin^{-1} x}{1 - \cos^{-1} x}$

(2 × 3) (6)

2.4 Bereken, met behulp van logaritmiese differensiasie, $\frac{dy}{dx}$ indien $y = (2x - e^{8x})^{\sin 2x}$ (4)

2.5 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ van die implisiete funksie $\tan(x^2y^4) = 3x + y^2$ (4)

[22]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $f(x) = x^3 - 7x^2 + 8x + 3$

3.1.1 Bepaal die koördinate van die draaipunte van $f(x)$. (2)

3.1.2 Stel 'n tabel van x en $f(x)$ op, waar x strek van $x = 0$ tot $x = 5$. (3)

3.1.3 Teken 'n netjiese grafiek van $f(x)$ tussen die waardes in VRAAG 3.1.2, en wys die draaipunte daarop. (2)

3.1.4 Een wortel van die vergelyking $x^3 - 7x^2 + 8x + 3 = 0$ is naby aan 1,9.

Gebruik Taylor/Newton se metode een keer om 'n beter benadering van hierdie wortel te bepaal (wortel korrek tot DRIE desimale syfers). (3)

3.2 Vind die TWEE positiewe getalle waarvan die produk 750 is, en waarvoor die som van EEN getal en TIEN keer die ander getal 'n minimum is. (5)

[15]

VRAAG 4

4.1 Bepaal $\int y\,dx$ in elk van die volgende gevalle:

4.1.1 $y = 4\left(\dfrac{1}{x} - e^{-x}\right)\cos(e^{-x} + \ln x)$ (3)

4.1.2 $y = \dfrac{1}{\sqrt{4 - 9x^2}}$ (3)

4.1.3 $y = \dfrac{2x^2 - 5x - 1}{x - 3}$ (4)

4.1.4 $y = \sin(\pi x)\sin\left(\frac{x}{5}\right)$ (4)

4.1.5 $y = \frac{\ln x}{x^2}$ (4)

4.2 Bepaal $\int y\,dx$ deur die integraal in parsiële breuke op te los:

$$y = \frac{x+2}{(x-1)^2}$$ (5)
[23]

VRAAG 5

5.1 Evalueer die bepaalde integraal:

$$\int_0^2 \left(e^x + \frac{1}{x^2+1}\right)dx$$ (3)

5.2 Gegee: $y = 6 + x - x^2$ en $3y = 2x^2 - 12x + 18$

5.2.1 Bereken die koördinate van die snydingspunte. (2)

5.2.2 Maak 'n netjiese skets om die geslote oppervlakte, die verteenwoordigerstrook en die snydingspunt te wys. (2)

5.2.3 Bereken die grootte van die oppervlakte in VRAAG 5.2.2. (3)

5.2.4 Bereken die volume van die omwentelingsliggaam wat gevorm word as die oppervlakte in VRAAG 5.2.2 om die x-as geroteer word. (5)

5.3 Bereken die inersiemoment van 'n sirkellamina met radius r en massa m om 'n as deur sy middelpunt en loodreg tot die vlak van die lamina. (5)
[20]

VRAAG 6

6.1 Bepaal die algemene oplossing van:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{1-y^2}$$ (3)

6.2 Bepaal die partikuliere oplossing van die volgende:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{4}{3}x^3 + x, \text{ indien } \frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}, y = 1 \text{ wanneer } x = 0$$ (6)
[9]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou

WISKUNDE N5

FORMULEBLAD

Enige ander toepaslike formule mag ook gebruik word.

TRIGONOMETRIE

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$

$1 + \cot^2 x = \text{cosec}^2 x$

$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$\sin^2 A = {}^1/_2 - {}^1/_2 \cos 2A$

$\cos^2 A = {}^1/_2 + {}^1/_2 \cos 2A$

$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A$

$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \pm \sin A \sin B$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \pm \tan A \tan B}$$

$\sin A \cos B = {}^1/_2 [\sin(A + B) + \sin(A - B)]$

$\cos A \sin B = {}^1/_2 [\sin(A + B) - \sin(A - B)]$

$\cos A \cos B = {}^1/_2 [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$

$\sin A \sin B = {}^1/_2 [\cos(A - B) - \cos(A + B)]$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}; \sin x = \frac{1}{cosec\ x}; \cos x = \frac{1}{\sec x}$$

BINOMIAALSTELLING

$$(x+h)^n = x^n + \mathrm{n}x^{n-1}\,h + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}\,h^2 + \cdots$$

DIFFERENSIASIE

$$e = -\frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$r = a + e$$

PRODUKREËL

$$\mathrm{y} = \mathrm{u}(x)\,.\,v(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = u\,.\frac{dv}{dx} + v\,.\frac{du}{dx}$$

$$= u\,.\,v' + v\,.\,u'$$

KWOSIËNTREËL

$$y = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v\,.\,\frac{du}{dx} - u\,.\,\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{v\,.\,u' - u\,.\,v'}{v^2}$$

KETTINGREËL

$$y = f\big(u(x)\big)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\,.\frac{du}{dx}$$

Kopiereg voorbehou

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$
ax^n	nax^{n-1}	$\frac{ax^{n+1}}{n+1}+c$
a	0	$ax+c$
e^x	e^x	e^x+c
a^x	$a^x.lna$	$\frac{a^x}{lna}+c$
$\log_e x$	$\frac{1}{x}$	___
$\log_a x$	$\frac{1}{xlna}$	___
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x+c$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x+c$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$ln(\sec x)+c$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$	$ln(\sin x)+c$
$\sec x$	$\sec x\,.\tan x$	$ln[\sec x+\tan x]+c$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x\ .\cos x$	$ln(\operatorname{cosec} x+\cot x)+c$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	___
$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	___
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	___
$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	___
$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	___
$\operatorname{cosec}^{-1} x$	$\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$	___

Kopiereg voorbehou

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	—	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+c$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	—	$\frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+$ c
$\frac{1}{x\sqrt{x^2+a^2}}$	—	$\frac{1}{a}\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+c$
$\sqrt{a^2-x^2}$	—	$\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}\ +c$
$\frac{1}{x^2-a^2}$	—	$\frac{1}{2a}ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right)+c$
$\frac{1}{a^2-x^2}$	—	$\frac{1}{2a}ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)+c$

INTEGRASIE

$$\int f(x)\ g'(x)\ dx = f(x)\ g(x) - \int f'(x)g\ (x)dx$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = ln\ f(x)\ + c$$

$$\int [f(x)]^n\ f'(x)dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n\ +1} + c$$

$$\frac{f(x)}{(ax+b)(cx\ +d)} = \frac{A}{ax\ +b} + \frac{B}{cx\ +d}$$

$$\frac{f(x)}{(x\ +a\ )^n} = \frac{A}{(x\ +a)} + \frac{B}{(x\ +a)^2} + \frac{C}{(x+a)^3} + \cdots \frac{Z}{(x\ +a)^n}$$

TOEPASSINGS VAN INTEGRASIE

OPPERVLAKTES

$$A_x = \int_a^b ydx\ ;\ A_x = \int_a^b (y_1 - y_1)dx$$

$$A_x = \int_a^b xdy\ ; A_{Y=} \int_a^b (x_1 - x_2)dy$$

Kopiereg voorbehou

VOLUMES

$V_x = \pi \int_a^b y^2\,dx\,;\; V_{X=\pi} \int_a^b (y_1^2 - y_2^2)dx$

$V_y = \pi \int_a^b x^2\,dy\,;\; V_{y=\pi} \int_a^b (x_1^2 - x_2^2)dy$

TWEEDE MOMENT VAN OPPERVLAKTE

$I_x = \int_a^b r^2\,dA\,;\; I_{y=} \int_a^b r^2\,dA$

MOMENT VAN INERSIE

$Massa\ = digtheid\ \times volume$

$M\ = pv$

$DEFINISIE: I\ = m\,r^2$

$ALGEMEEN: I\ = \int_a^b r^2 dm\ = p \int_a^b r^2 dV$

Kopiereg voorbehou