higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

T1030**(A)**(M29)T

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N5

(16030175)

29 Maart 2018 (X-Vraestel)
09:00–12:00

Hierdie vraestel bestaan uit 6 bladsye en 'n formuleblad van 5 bladsye

Kopiereg voorbehou

DEPARTMENT OF HIGHER EDUCATION AND TRAINING
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT
WISKUNDE N5
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord ALLE vrae.
2. Lees AL die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Toon alle intermediêre stappe en vereenvoudig waar moontlik.
5. ALLE finale antwoorde moet afgerond word tot DRIE desimale plekke.
6. Vrae mag in enige volgorde beantwoord word, maar onderafdelings van vrae moet bymekaar gehou word.
7. Vrae moet in blou of swart ink beantwoord word.
8. Werk netjies.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Bepaal die volgende limiet:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{arc\sin 4x}{arc\tan 5x}\right)$$ (3)

1.2 Gegee: $\ln y = \lim_{x\to 0}\frac{\int_0^x e^t\,dt}{x}$,bereken die numeriese waarde van:

WENK: $\int_0^x e^t\,dt = e^x - 1$

1.2.1 $\ln y$ (3)

1.2.2 y (1)

1.3 Bepaal die waardes van x waarvoor $f(x)$ diskontunu is as:

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x^3 - 4x}$$ (3)

[10]

VRAAG 2

2.1 Bepaal die afgeleide van $f(x) = \frac{-3}{x^{-7}}$ vanaf grondbeginsels eerste prinsipe ('first principles'). (5)

2.2 Maak 'n netjiese skets van die grafiek $y = arc\tan x$ vir die strek ('range') $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$. (2)

2.3 Bereken $\frac{dy}{dx}$ van die volgende deur gebruik te maak van die afgeleides van $\sin x$ en $\cos x$, sowel as die reëls van differensiasie:

$y = 10^{\log(\cot x)}$

WENK: $a^{\log_a x} = x$ (4)

2.4 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ in elk van die volgende gevalle:

(Vereenvoudiging is nie nodig nie)

2.4.1 $y = \sin(arc\sin x) - \pi^t$ (2)

2.4.2 $y = \ln^3(\cos^{-1}x)^{(\cos x)^0}$ (4)

2.5 Bereken $\frac{dy}{dx}$ met behulp van logaritmiese differensiasie as $y = x^{\ln x}$. (4)

2.6 Bereken $\frac{dy}{dx}$ van die implisiete funksie $y\sin(x^2) = x\sin(y^2)$. (4)

[25]

VRAAG 3

3.1 Gegee:

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 8x - 3$$

3.1.1 Bepaal the die koördinate van die draaipunte van $f(x)$. (2)

3.1.2 Trek 'n tabel van x en $f(x)$, waar x wissel van $x = -2$ to $x = 7$. (2)

3.1.3 Trek 'n netjiese grafiek van $f(x)$ tussen hierdie waardes en wys die draaipunte daarop. (2)

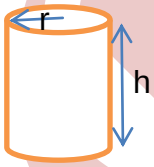
3.1.4 Een wortel van die vergelyking $f(x) = x^3 - 7x^2 + 8x - 3$ is naby aan 5.

Gebruik hierdie waarde en een benadering van of Taylor's/Newton se metode om 'n beter benadering van hierdie wortel te bepaal (korrek tot drie desimale). (4)

3.2 'n Dun lagie ys is in die vorm van 'n sirkel. As die ys smelt op so 'n manier dat die area van die laags verminder teen 'n tempo ('rate') van 0,5 m^2/s, teen watter tempo verminder die radius wanneer die area van die laag 12 m^2 is ? (5)

3.3 'n Silindriese kan met 'n boom maar sonder 'n bokant en met 'n volume van 30 cm^3 moet gebou word.

Bepaal die afmetings van die kan wat die hoeveelheid material sal minimaliseer wat nodig is om die kan te bou.



WENK: $V = \pi r^2 h$ and $A = 2\pi rh + \pi r^2$ (5)

[20]

VRAAG 4

4.1 Bepaal $\int y\,dx$ in elk van die volgende gevalle:

4.1.1 $y = \dfrac{\sec^2 \pi x}{1 + \tan \pi x}$ (3)

4.1.2 $y = \dfrac{x}{x+4}$ (3)

4.1.3 $y = \dfrac{1}{5 + 25x^2}$ (2)

4.1.4 $y = \cot^3 x$ (4)

4.1.5 $y = \sqrt{x} \ln x$ (3)

4.2 Bepaal $\int y\,dx$ deur die oplos van die integrale in gedeeltelike breuke:

$$\frac{3-x}{x^2-5x}$$ (5)

[20]

VRAAG 5

5.1 Evalueer die bepaalde integraal

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx$$ (4)

5.2 Gegee:

$y = x - 1$ en $y = (x-1)^2$

5.2.1 Bereken die koordinate van die snypunte. (2)

5.2.2 Maak 'n netjiese skets om die ingeslote area, die verteenwoordige strokie en die snypunt aan te dui. (2)

5.2.3 Bereken die grootheid ('magnitude') van die area in VRAAG 5.2.2. (3)

5.2.4 Bereken die volume van die vaste stof van rewolusie gevorm wanneer die area in VRAAG 5.2.2 om die x-as geroteer word. (4)

5.3 Bereken die tweede areamomentvan 'n reghoekige lamina met kante 8 cm × 4 en 'n sy van omtrent 4 cm ('with sides 8 cm × 4 cm and about a 4 cm side'). (4)

[19]

VRAAG 6

6.1 Bepaal die spesifieke oplossing van $x\,dy = y \ln y\,dx$, gegee $x = 2$ wanneer $y = e$. (4)

6.2 Bepaal die algemene oplossing van $\frac{d^2y}{dx^2} = x^4 - \sin x$. (2)
[6]

TOTAAL: **100**

Kopiereg voorbehou

WISKUNDE N5

FORMULEBLAD

Enige ander toepaslike formule mag ook bebruik word

TRIGONOMETRIE

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$
$$1 + \cot^2 x = \operatorname{cos}ec^2 x$$

$$\sin 2A = 2\sin A.\cos A$$
$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$
$$\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$$

$$\sin^2 A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2A$$
$$\cos^2 A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2A$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A.\cos B \pm \sin B.\cos A$$
$$\cos(A \pm B) = \cos A.\cos B \mp \sin A.\sin B$$
$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 - \tan A.\tan B}$$

$$\sin A.\cos B = \tfrac{1}{2}[\sin(A+B) + \sin(A-B)]$$
$$\cos A.\sin B = \tfrac{1}{2}[\sin(A+B) - \sin(A-B)]$$
$$\cos A.\cos B = \tfrac{1}{2}[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$$
$$\sin A.\sin B = \tfrac{1}{2}[\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}; \sin x = \frac{1}{\operatorname{cos}ec x}; \cos x = \frac{1}{\sec x}$$

BINOMIALE STELLING

$$(x+h)^n = x^n + n.x^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}h^2 + \ldots$$

DIFFERENSIASIE

$$e = -\frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$r = a + e$$

PRODUKREËL

$$y = u(x).v(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = u.\frac{dv}{dx} + v.\frac{du}{dx}$$

$$= u.v' + v.u'$$

KWOSIËNTREËL

$$y = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v.\frac{du}{dx} - u.\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$= \frac{v.u' - u.v'}{v^2}$$

KETTINGREël

$$y = f(u(x))$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}.\frac{du}{dx}$$

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$

ax^n	nax^{n-1}	$\frac{ax^{n+1}}{n+1}+c$
a	0	$ax+c$
e^x	e^x	e^x+c
a^x	$a^x.\ln a$	$\frac{a^x}{\ln a}+c$
$\log_e x$	$\frac{1}{x}$	—
$\log_a x$	$\frac{1}{x\ln a}$	—
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x+c$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x+c$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$\ln(\sec x)+c$
$\cot x$	$-\cos ec^2 x$	$\ln(\sin x)+c$
$\sec x$	$\sec x.\tan.$	$\ln[\sec x+\tan x]+c$
$\cos ecx$	$-\cos ecx.\cot x$	$\ln[\cos ecx-\cot x\}+c$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	—
$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	—
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	—
$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	—
$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	—
$\cos ec^{-1}x$	$\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$	—

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$	$\int f(x)dx$

$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	—	$\sin^{-1}(\frac{x}{a})+c$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	—	$\frac{1}{a}\tan^{-1}(\frac{x}{a})+c$
$\frac{1}{x\sqrt{x^2-a^2}}$	—	$\frac{1}{a}\sec^{-1}(\frac{x}{a})+c$
$\sqrt{a^2-x^2}$	—	$\frac{a^2}{2}\sin^{-1}(\frac{x}{a})+\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+c$
$\frac{1}{x^2-a^2}$	—	$\frac{1}{2a}\ln(\frac{x-a}{x+a})+c$
$\frac{1}{a^2-x^2}$	—	$\frac{1}{2a}\ln(\frac{a+x}{a-x})+c$

INTEGRASIE

$$\int f(x).g'(x) = f(x).g(x) - \int f'(x).g(x)dx$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln f(x) + c$$

$$\int [f(x)]^n . f'(x)dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\frac{f(x)}{(ax+b)(cx+d)} = \frac{A}{ax+b} + \frac{B}{cx+d}$$

$$\frac{f(x)}{(x+a)^n} = \frac{A}{(x+a)} + \frac{B}{(x+a)^2} + \frac{C}{(x+a)^3} + ... + \frac{Z}{(x+a)^n}$$

Toepassings van integrasie

AREAS

$$A_x = \int_a^b y dx; \quad A_x = \int_a^b (y_2 - y_1)dx$$

$$A_y = \int_a^b x dy; \quad A_y = \int_a^b (x_2 - x_1)dy$$

VOLUME

$V_x = \pi\int_a^b y^2 dx; \quad V_x = \pi\int_a^b (y_2{}^2 - y_1{}^2)dx$

$V_y = \pi\int_a^b x^2 dy; \quad V_y = \pi\int_a^b (x_2{}^2 - x_1{}^2)dy$

TWEEDE AREA MOMENT

$I_x = \int_a^b r^2 dA; \quad I_y = \int_a^b r^2 dA$

TRAAGHEIDSMOMENTE

$Massa = digtheid \times volume$

$M = pV$

Definisie: $I = mr^2$

Algemeen: $I = \int_a^b r^2 dm = p\int_a^b r^2 dV$

Kopiereg voorbehou