higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIENRIGLYN

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

WISKUNDE
(Tweede vraestel)
NKR VLAK 4

23 November 2020

Hierdie nasienriglyn bestaan uit 13 bladsye.

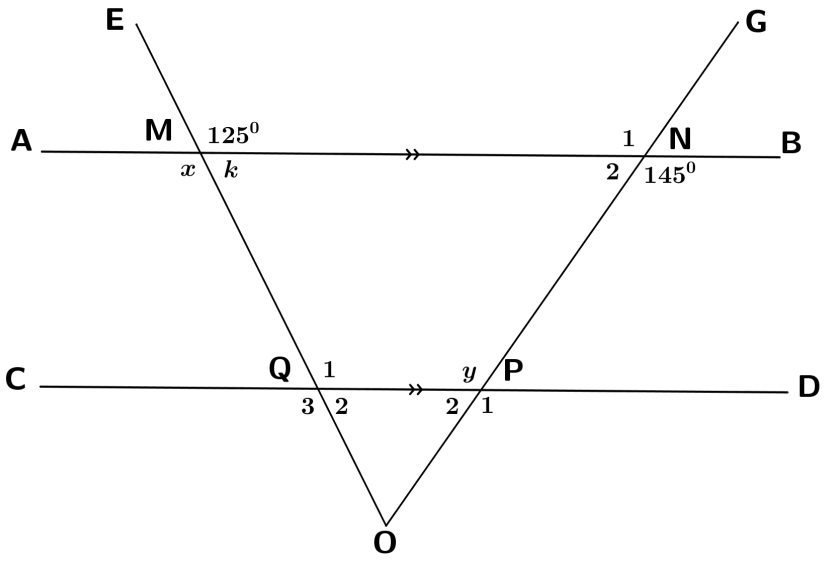
Kopiereg voorbehou

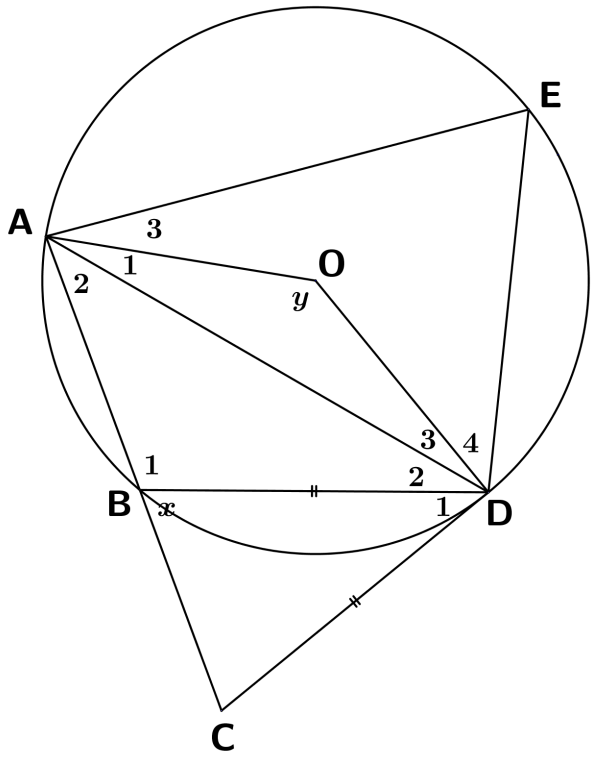
✓ = 1 punt √ = ½ punt

- Aanvaar alle wiskundig geldige oplossings.
- Deurlopende akkuraatheid geld as 'n algemene reël.
- As 'n kandidaat 'n vraag twee keer beantwoord en nie een antwoord uitvee nie, merk die eerste.
- As 'n kandidaat 'n vraag beantwoord, dit doodtrek en dit nie weer doen nie, merk die doodgetrekte antwoord

NASIENSLEUTEL	
SIMBOOL	**VERDUIDELIKING VAN SIMBOOL**
A	Akkuraatheid
M	Metode
CA	Deurlopende akkuraatheid (opvolg)
B/D	Afgebreek
S	Stelling
R	Rede
S/R	Stelling en rede

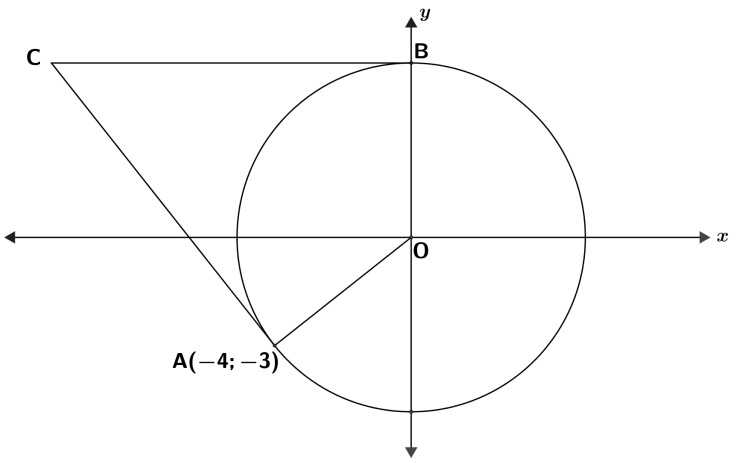
VRAAG 1

	OPLOSSING		EXPLANATION
			
1.1	1.1.1	$x = 125°$✓	$x = 125°$ (1)
	1.1.2	$y = 145°$ ✓(verwisselende hoeke)✓	Antwoord (1) + R (1)
	1.1.3	$k = 55°$ en $\widehat{N}_2 = 35°$✓ $k + \widehat{N}_2 = 90°$ $\therefore O = 90°$ (hoeke van 'n Δ)✓ $\therefore EF \perp GH$	½ per hoek 1 vir rede (2)

1.2	

	1.2.1	$\widehat{E} = x$✓ (Verl. ∠ van cq)✓ $\widehat{C}$✓ $= x$ … (Gelykbenige Δ)✓ $A\widehat{D}C = \widehat{D}_1 + \widehat{D}_2$✓ $= \widehat{E} = x$ … (tan chord✓)	$\widehat{E}$ antwoord (1) en R(1) $\widehat{C}$ antwoord (1) en R(1) Antwoord (1) en R(1) (3 × 2) (6)

	1.2.2	$y = 2E$ ✓ (∠ in die middel)√ $y = 2x$ $y = 2(70°)$ $= 140°$√ $\hat{C} + y = x + y$ $= 70° + 140°$ $= 210°$✓ $\neq 180°$√ ∴ ACDO is nie ′n koordevierhoek nie. √	$y = 2E$ (1) en R (½) ½ vir 140° 1 vir 210° ½ vir ≠ 180° ½ vir gevolgtrekking (4)

1.3	

	1.3.1	$r^2 = x^2 + y^2$ $r^2 = (-4)^2 + (-3)^2$✓ $r^2 = 25$ $x^2 + y^2 = 25$✓	1 vir korrekte verv. 1 vir antwoord (2)

	1.3.2	$m_{OA} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O}$ $= \frac{-3-0}{-4-0}$✓ $= \frac{3}{4}$✓	1 vir korrekte verv. 1 vir antwoord (2)

	1.3.3	$m_{OA} \times m_{AC} = -1$ $\frac{3}{4} \times m_{AC} = -1$ $m_{AC} = -1 \times \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$✓ $y - y_A = m_{AC}(x - x_A)$ $y - (-3) = -\frac{4}{3}([x - (-4)]$ $y + 3 = -\frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$ $y = -\frac{4}{3}x - \frac{25}{3}$ ✓	1 vir korrekte gradiënt 1 vir korrekte y-int. (2)

	1.3.4	BO = r = 5 from 1.3.1 Y afsnit van BC is 5 ✓ CB ⊥ OB … tan ⊥ tot radius ∴ BC: $y = 5$✓	1 vir y-afsnit 1 vir vergelyking (2)

	1.3.5	CA: $3y + 4x + 25 = 0$ – – – – – –① CB: $y = 5$ – – – – – ② ② in ① $3(5) + 4x + 25 = 0$ $x = -10$ ∴ C$(-10; 5)$	1 vir y-koördinaat 1 vir x-koördinaat (2)
			[25]

VRAAG 2

2.1	$1 - \sin^2\theta + 3 - \cos^2\theta$ $= \cos^2\theta + 3 - \cos^2\theta$ ✓ $= 3$ ✓ **Alternatief** $1 - \sin^2\theta + 3 - \cos^2\theta$ $= (1 - \sin^2\theta) + 3 - (1 - \sin^2\theta)$ ✓ $= 3$ ✓	1 vir vervanging 1 vir vereenvoudiging na 3 1 vir vervanging 1 vir vereenvoudiging na 3 (2)

2.2	$2^{2\sin 210°} \times 2^{3\tan 225°}$ $= 2^{2(-\sin 30°)+3(\tan 45°)}$ ✓ $= 2^{2\left(-\frac{1}{2}\right)+3(1)}$ ✓ $= 2^2$ $= 4$✓	½ per reduksie ½ per spesiale hoek ratio 1 vir antwoord (3)

2.3	$2p\tan(\theta) = \sin(4\theta)$ Gegee $\theta = 41°$ $2p\tan(41°) = \sin(4 \times 41°)$ ✓ $2p\tan 41° = \sin 164°$ $\therefore p = \frac{\sin 164°}{2\tan 41°}$ $p = 0{,}16$ ✓	1 vir vervanging 1 vir antwoord (2)

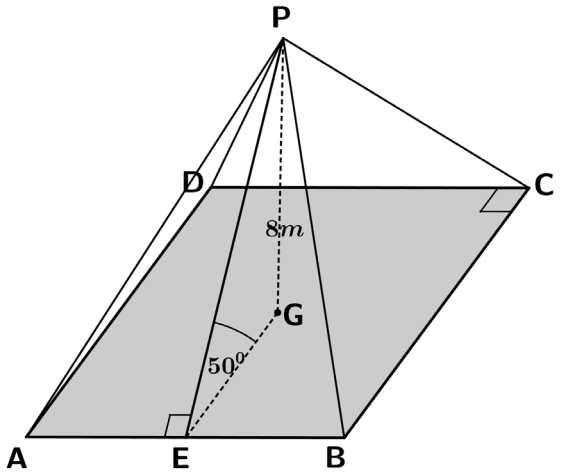
2.4.1	$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ ✓ $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$ ✓	1 vir antwoord 1 vir antwoord (2)

2.4.2	Van 2.4.1 $\cos x \cos y - \sin x \sin y = \cos(x+y)$ $\cos x \cos y + \sin x \sin y = \cos(x-y)$ Voeg die 2 vergelykings by: $2\cos x \cos y = \cos(x+y) + \cos(x-y)$	1 vir byvoeging van verg. 1 vir vereenvoudiging na antwoord (2)

2.5	$\frac{\cos 160°.\tan 200°}{-2\sin 10°} = \frac{-\cos 20°\sqrt{}\tan\ 20°\sqrt{}}{-2\sin 10°}$ $= \frac{-\cos 20° . \frac{\sin 20°}{\cos 20°}\sqrt{}}{-2\sin 10°}$ $= \frac{\sin 20°}{2\sin 10°}\ \sqrt{}$ $= \frac{2\sin 10°\cos 10°\sqrt{}}{2\sin 10°}$ $= \cos 10°\sqrt{}$	½ per reduksie ½ vir tan-vervanging ½ vir vereenvoudiging ½ vir dubbele hoek ontwikkel ½ vir logiese gevolgtrekking (3)

2.6.1	$\text{LHS} = \frac{2\sin\theta\cos\theta}{2\cos^2\theta - 1}$ $= \frac{\sin 2\theta\ \checkmark}{\cos 2\theta\ \checkmark}$ $= \tan 2\theta = \text{RHS}$	1 vir elke vervanging (-1) indien geen gevolgtrekking nie (2)

2.6.2	$\frac{2\sin\theta\cos\theta}{2\cos^2\theta - 1} = \sqrt{3}$ $\tan 2\theta = \sqrt{3}\sqrt{}$ $2\theta = 60^0\sqrt{}; 240^0$ $\theta = 30; 120^0\checkmark\checkmark$	½ vir vervanging ½ vir verwysingshoek 1 vir elke korrekte antwoord (3)

2.7		

	2.7.1	$\sin 50° = \frac{8}{\text{PE}}$ √ $\text{PE} = 10{,}4$ m√	½ vir korrekte ratio ½ vir antwoord (1)
	2.7.2	$\tan 50° = \frac{8}{\text{EG}}$ √ $\text{EG} = 6{,}7$ m√ $\text{BC} = 2\text{EG} = 13.4$ m ✓	½ vir korrekte ratio ½ vir antwoord 1 vir BC (2)
	2.7.3	$\text{PB} = \text{PC} = 12{,}4$ …Δ PBC gelykbenige ✓ $\text{BC}^2 = \text{PB}^2 + \text{PC}^2 - 2\text{PB}.\text{PC}\cos \widehat{\text{BPC}}$ ✓ $\cos \widehat{\text{BPC}} = \frac{12{,}4^2 + 12{,}4^2 - 13{,}4^2}{2(12{,}4)(12{,}4)}$ $\widehat{\text{BPC}} = 65{,}411^0$ ✓	1 vir gelykbenige Δ 1 vir verv. in cos-reël 1 vir antwoord (3)
			[25]

VRAAG 3

3.1.1 Opsie 1

Aantal Saterdae afwesig (x)	Finale punte in % (y)	$x.y$	x^2
0	96	0	0
1	91	91	1
2	78	156	4
2	83	166	4
3	75	225	9
3	62	186	9
5	70	350	25
6	68	408	36
7	56	392	49
$\sum x = 29\,\surd$	$\sum y = 679\surd$	$\sum x.y = 1\,974\surd$	$\sum x^2 = 137\surd$
$\bar{x} = 3{,}22\,\surd$	$\bar{y} = 75{,}44\surd$		

Akkuraatheid ½ punte soos op tabel aangedui

$$b = \frac{n\sum x.y - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$= \frac{9 \times 1\,974 - (29)(679)}{9 \times 137 - (29)^2}\ \checkmark$$

1 Vervanging (CA)

$$= \frac{17\,766 - 19\,691}{1\,233 - 841}$$

$$= \frac{-1\,925}{392}$$

$$= -4{,}91\surd$$

$a = \bar{y} - b\bar{x}$
$a = 75{,}44 - (-4{,}91)(3{,}22)\checkmark$
$a = 91{,}25$

½ Antwoord (CA)

1 Vervanging (CA)

$\therefore y = a + bx$
$y = 91{,}25 - 4{,}91x\surd$

½ Antwoord (6)

3.1.1 Opsie 2

Aantal Saterdae afwesig (x)	Finale punte in % (y)	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$
0	96	-66.20	10.37
1	91	-34.54	4.93
2	78	-3.12	1.49
2	83	-9.22	1.49
3	75	0.10	0.05
3	62	2.96	0.05
5	70	-9.68	3.17
6	68	-20.68	7.73
7	56	-73.48	14.29
$\sum x = 29\surd$	$\sum y = 679\surd$	$\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(\sum x-\bar{x})^2$
$\bar{x} = 3.22\surd$	$\bar{y} = 75{,}44\surd$	$= -213.88\surd$	$= 43.57\surd$

Akkuraatheid:
½ punte soos op tabel aangedui

$$b = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$$

$= \frac{-213.88}{43.57}\checkmark$ 1 Vervanging (CA)

$= -4{,}91\surd$ ½ Antwoord (CA)

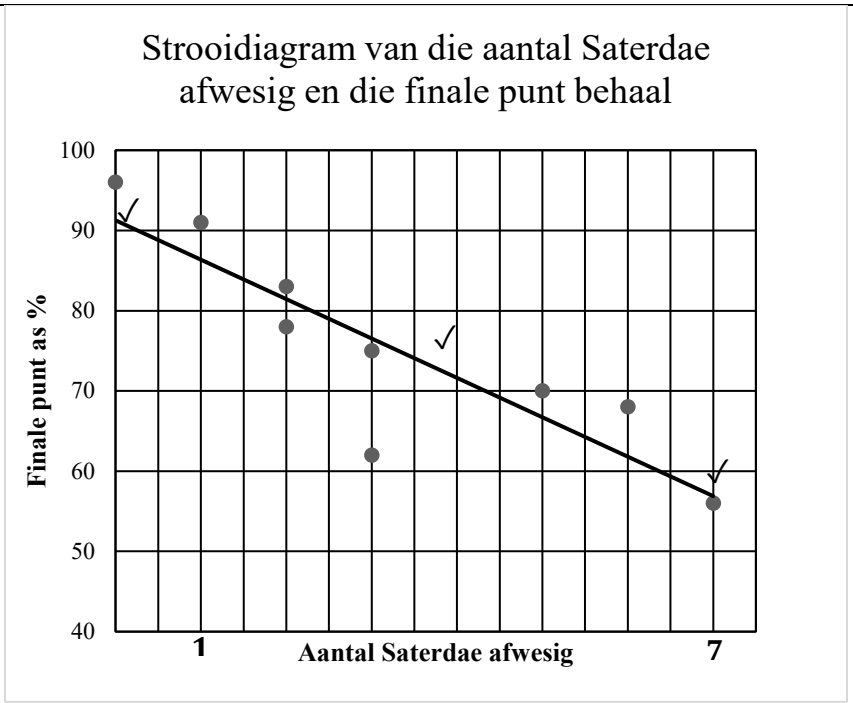
$a = \bar{y} - b\bar{x}$

$a = 75{,}44 - (-4{,}91)(3{,}22)\checkmark$ 1 Vervanging (CA)

$a = 91{,}25$

$\therefore y = a + bx$

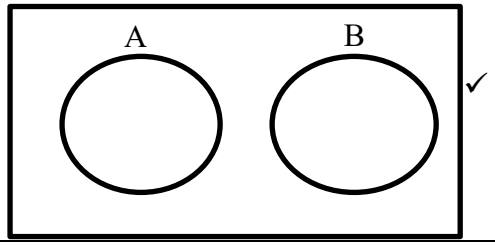
$y = 91{,}25 - 4{,}91x\surd$ ½ Antwoord (6)

3.1.2		
		1 elk vir plot van enige 2 berekende punte op die lyn $y = 91{,}25 - 4{,}91x$ Bv. die eindpunte $(0; 91{,}25)$ en $(7; 57)$ 1 vir trek van lyne. (3)

3.1.3	Negatief✓	(1)
3.1.4	Hoe meer dae afwesig, hoe laer is die punt.✓	(1)
3.1.5	$\therefore y = a + bx$ $y = 91{,}25 - 4{,}91(4)$✓ $= 72\%$✓	1 vir vervanging 1 vir antwoord (2)

3.2	Stel B ✓ het 'n groter standaard deviasie omdat B (73) se bestek groter is as of A (37) s'n. ✓ OF Stel B ✓ omdat die dataverspreiding groter is✓ .	1 vir antwoord 1 vir rede (2)
		[15]

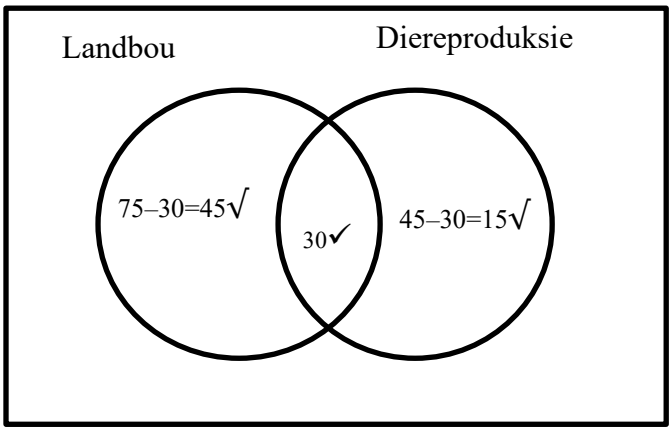
VRAAG 4

4.1	Twee stelle is onderling uitsluitend (disjunk) as hulle geen elemente in gemeen het nie.✓ **OF** As twee gebeurtenisse A en B onderling uitsluitend is, kan enige gebeurtenis voorkom sonder dat die ander voorkom.✓  ✓	1 vir verduideliking 1 vir diagram (2)

4.2	4.2.1	$P(\text{vroulik}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$✓	1 vir antwoord (A) (1)
	4.2.2	$P(\text{vroulik vroulik}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$✓ $= \frac{3}{10} = 0{,}3$✓	1 vir bewerking 1 vir antwoord Volpunte vir slegs antwoord (2)
	4.2.3	$P(\text{vroulik vroulik manlik manlik})$ $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$✓ $\times \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \frac{3}{5}$✓ $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5}$ $= \frac{9}{125}$✓	2 vir bewerking 1 vir antwoord (3)

4.3.1	Aantal studente wat landbou studeer $= \frac{1}{2} \times 150 = 75$✓	Antwoord (1)
4.3.2	Aantal studente wat diereproduksie studeer $= \frac{30}{100} \times 150 = 45$✓	Antwoord (1)
4.3.3	Aantal studente wat landbou en diereproduksie studeer $= \frac{40}{100} \times 75$ $= 30$✓	Antwoord (1)

Kopiereg voorbehou

4.3.4		Allokeer punte volgens merkies (2)
4.3.5	Aantal wat nie diereproduksie of landbou studeer nie $= 150 - (45 + 30 + 15) = 60$ ✓ Waarskynlikheid $= \frac{60}{150} = 0,4$ of 40% ✓	1 vir getal 1 vir moontlikheid (2)
		[15]

VRAAG 5	

5.1	Bedrag geleen $= 850\,000 \times \frac{12}{100}$ $= \text{R}102\,000$ ✓ $\therefore$ Bedrag $= 850\,000 - 102\,000$ $= \text{R}748\,000$ ✓ **OF** Bedrag geleen $= 850\,000 \times \frac{88}{100}$✓ $= \text{R}748\,000$ ✓	1 vir R102 000 1 vir antwoord (2)

5.2	$\text{A} = \text{P}(1+i)^n$✓ $\therefore \quad 1\,711,41 = 1\,430,77\left(1+\frac{i}{12}\right)^{18}$ ✓ $\therefore \left(1+\frac{i}{12}\right)^{18} = \frac{1\,711,41}{1\,430,77}$ $\left(1+\frac{i}{12}\right) = \left(\frac{1\,711,41}{1\,430,77}\right)^{\frac{1}{18}}$ ✓ $\frac{i}{12} = 1,009999937 - 1$ $i = 0,1199$ $= 12\%$ p. a. maand saamgestel✓	formule vervanging vereenvoudig antwoord (4)

5.3	$\text{A} = \text{P}(1-i)^n$✓ $\therefore 15\,000 = P(1-0{,}25)^4$✓ $15\,000 = P(0{,}75)^4$✓ $P = \text{R}47\,407{,}41$✓	formule vervanging vereenvoudig antwoord (4)

5.4	Let $P = x$. Dan $\text{A} = 3x$✓ $A = P(1+in)$✓ $3x = x(1+0{,}16n)$✓ $3 = 1+0{,}16n$ $2 = 0{,}16n$ $\therefore n = 12{,}5$ years✓	1 vir $\text{A} = 3x$ 1 vir korrekte SI-formule 1 vir plaasvervanging 1 vir antwoord (4)

5.5.1	**Bruto inkomste:** Inkomste uit salaris $= \text{R}46\,000 \times 12 = \text{R}552\,000$ 13de tjek $= \underline{\text{R}45\,000}$ TOTAAL $= \underline{\text{R}597\,000}$√ **Aftrekkings**: Pensioen $= \text{R}1\,500 \times 12 = \text{R}18\,000$ WVF $= \text{R}148{,}72 \times 12 = \text{R}1784{,}64$ TOTAAL $= \text{R}19\,784{,}64$√ Belasbare inkomste $= \text{R}597\,000 - (\text{R}18\,000 + \text{R}1\,784{,}64)$ $= \text{R}577\,215{,}00$✓	½ vir R597 000 ½ vir R23 520 1 vir antwoord (2)

5.5.2	Belasting $= \text{R}147\,891 + \frac{39}{100}(\text{R}577\,215 - \text{R}555\,600)$ $= \text{R}156\,320{,}85$√ Minus kortings en belastingkrediete: Primêre R14 067 $= \text{R}14\,067$√ Mediese belastingkrediet $\text{R}310 \times 12 \times 2 = \text{R}7\,440$√ Mediese belastingkrediet $\text{R}209 \times 12 \times \underline{1} = \underline{\text{R}2\,508}$√ TOTAAL $= \underline{\text{R}24\,015}$√ Totale belasting verskuldig = belasting betaalbaar – (kortings + belastingkrediete) $= \text{R}156\,320{,}85 - \text{R}24\,015$ $= \text{R}132\,305{,}85$√ Totale belasting reeds betaal = R195 000 Aan Ricardo verskuldig = R195 000-R132 305,85 = R62 694,15 ✓	½ vir R154 863,81 ½ vir R14 067 ½ vir R7 440 ½ vir R2 508 ½ vir R24 015 ½ vir R130 848,81 1 vir korrekte antwoord (4)
		[20]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou