higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIENRIGLYN

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

WISKUNDE
(Eerste vraestel)
NKR VLAK 4

16 NOVEMBER 2020

Hierdie nasienriglyn bestaan uit 11 bladsye.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES VIR NASIENERS

1. Sien alle wiskundig korrekte antwoorde na.

2. Volg die puntetoekenning konsekwent.

3. Foute in die eerste stap van 'n antwoord beteken nie dat die kandidaat nie weet wat om te doen nie. Volg op.

4. In die verduidelikingskolom dui (A) 'n punt vir akkuraatheid aan terwyl (CA) 'n punt vir akkuraatheid aandui in ooreenstemming met 'n fout in die vorige stap.

5. Punte word per stap toegeken, maar as studente 'n stap weglaat en daar bewyse is dat hulle die volgende stap kan aflei sonder berekening, moet die punt steeds gegee word.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 1.1.1 C
1.1.2 C
1.1.3 A
1.1.4 B
1.1.5 D

(5 × 1) (5)

1.2 1.2.1 B
1.2.2 A
1.2.3 C

(3 × 2) (6)

1.3

✓ 1 vir gebruik van die toegevoegde waarde (A)

✓ ½ vir vereenvoudiging van elke breuk (A)

$$\frac{1+i}{i}-\frac{3}{3-i}$$
$$=\left(\frac{1+i}{i}\times\frac{-i}{-i}\right)-\left(\frac{3}{3-i}\times\frac{3+i}{3+i}\right)$$
$$=\frac{-i-i^2}{-i^2}\surd-\frac{9+3i\surd}{9-i^2}$$

½ vir 'a' se waarde en ½ vir "b" se waarde (CA)

$$=\frac{-i+1}{1}-\frac{9+3i}{10}$$
$$=\frac{10(-i+1)-(9+3i)}{10}$$
$$=\frac{-10i+10-9-3i\surd}{10}$$
$$=\frac{1-13i\surd}{10}=\frac{1}{10}-\frac{13i}{10}\checkmark$$
$$=0,1-1,3i$$

Alternatief

½ vir vereenvoudiging van breuk (A)
½ vir gebruik van toegevoegde waarde (CA)

½ vir vereenvoudiging van teller (CA)
½ vir vereenvoudiging van noemer (CA)
½ vir 'a' waarde en ½ vir "b" waarde (CA)

(3)

$$\frac{1+i}{i}-\frac{3}{3-i}$$
$$=\left(\frac{(1+i)(3-i)-3i}{(3-i)i}\right)$$
$$=\frac{3+2i-i^2-3i}{3i-i^2}$$
$$=\frac{4-i}{3i+1}\times\frac{3i-1}{3i-1}\surd$$
$$=\frac{12i-3i^2-4+i}{9i^2-1}$$
$$=\frac{-1+13i}{-10}\surd=\frac{1}{10}-\frac{13i}{10}\checkmark$$
$$=0,1-1,3i$$

1.4 $yi^3+x^2+2i^5=yxi^4-20i^8-6i$

$\therefore -yi+x^2+2i=yx-20-6i$ Vereenvoudig i^n halfpunt elk (A)

$\therefore -y=-8$ ✓.....1 Vergelyking 1 - 1 punt (A)

and $x^2-yx+20=0$ ✓ .....2 Vergelyking 2 - 1 punt (A)

from 1: $y=8$

Substitute in ..2

If $y=8,\ x^2-8x+20=0$

$$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

½ vir vervanging in formule (CA)

$$\therefore x=\frac{8\pm\sqrt{64-4(20)}}{2}$$

½ vir oplossing

$$x=\frac{8\pm\sqrt{-16}}{2}=\frac{8\pm4i}{2}\checkmark$$

$\therefore x=4+2i$ *or* $x=4-2i$ ½ vir 'a' waarde en ½ vir "b" waarde (CA)

(5)
[19]

VRAAG 2

2.1 $-2x^3-3x^2+kx+20$

$-2(-4)^3-3(4)^2-4k+20=-56$ ½ vir vervanging en ½ vir gelykstelling (A)

$\therefore 128-48-4k+20=-56$

$\therefore -4k=-156$

$\therefore k=\frac{-156}{-4}=39\checkmark$ 1 vir antwoord (A)

(2)

2.2.1 $x=-3$

$f(-3)=2(-3)^3-(-3)^2-16(-3)+15=0$ ½ vir vervanging
½ vir bereiking van 0

$\therefore x+3$ is a factor (1)

2.2.2 Deur inspeksie:

$2x^3-x^2-16x+15=(x+3)(ax^2+bx+c)$

$a=2$ √ en $c=5$ √ ½ elke vir 2 en 5 deur inspeksie (A)

Uit $3bx+cx=-16x$

$3bx+5x=-16x$

$(3b+5)x=-16x$

$3b+5=-16$ 1 vir b waarde in die kwadratiese vergelyking(CA)

$b=-7$ ✓

$2x^3-x^2-16x+15=(x+3)(2x^2-7x+5)$

$=(x+3)(x-1)$ ✓$(2x-5)$✓ 1 elk vir die twee nuwe faktore (A) (4)

Alternatiewe

Long/sintetiese verdeling om kwadratiese

faktor te verkry $2x^2-7x+5$ ✓ ✓ 2 punte

Faktoriseer kwadratiese faktor in

$(x-1)$✓$(2x-5)$✓ 1 elk vir nuwe lineêre faktore

2.3 Die punt $(2;60)$ bevredig beide vergelykings:

Vervang $(2;60)$ in

$f(x)=2x^3-5x^2+ax+13b$

$2(2)^3-5(2)^2+2a+13b=60$ ✓ 1 vir vervanging (A)

$2a+13b=64$ ... (i) √ ½ vir vergelyking (CA)

Vervang $(2;60)$in

$g(x)=x^3+9x^2+bx+7x-a=60$

$(2)^3+9(2)^2+2b+7(2)-a=60$ ✓ 1 vir vervanging (A)

$-a+2b=2$ ... (ii) √ ½ vir vergelyking (CA)

Vergelyking (i) + 2(ii):

$17b=68$

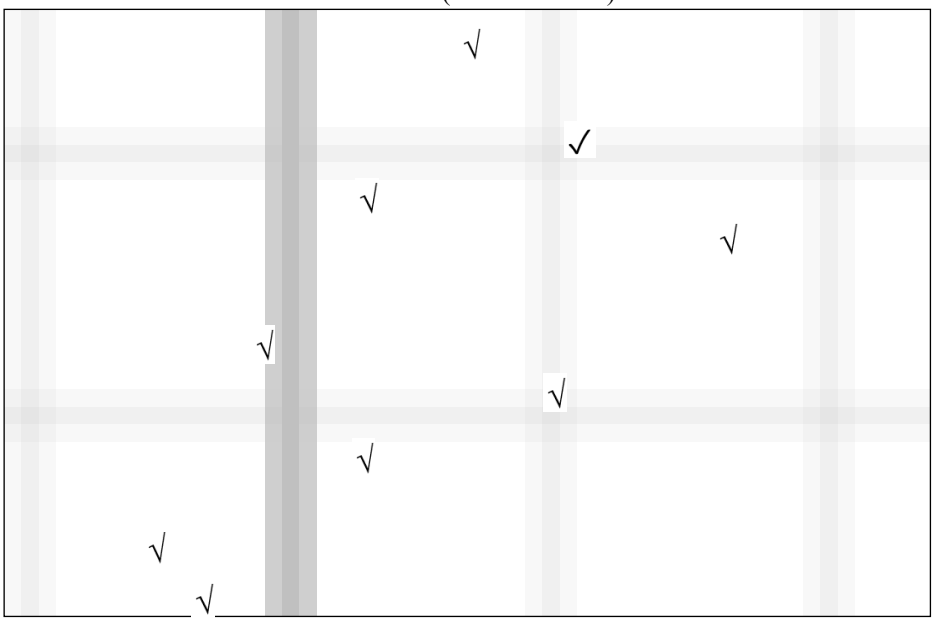
$b=4$ ✓ 1 vir antwoord (CA)

Vervanging $b=4$ in (ii): $-a+2(4)=2$

$a=6$ ✓ 1 vir antwoord (CA) (5)

2.4 $f(x)=\frac{3}{2}x+3$ vir $x\in[-4;2)$

Dus $f^{-1}(x)=\frac{2}{3}x-2$ ✓ vir $x\in[-3;6)$ 1 vir korrekte inverse funksie (A) (6)



Grafiek van *f*
½ vir elke korrekte eindpunt (A)
½ elk vir *x* en *y* snylyne (A)

Grafiek van f^{-1}
½ vir elke korrekte eindpunt (A)
½ elke vir *x* en *y* snylyne (CA)

$y = x$
1 vir teken & benoem

2.5.1 Punt F is

$\left(-2;-\sqrt{-(-2)}\right)$

$\therefore y = -\sqrt{2}$ ✓ 1 vir antwoord (A) (1)

2.5.2 $x \in (-\infty;0]$ *where* $x \in R$✓ 1 vir antwoord (A)

or $x \in \{-\infty < x \leq 0\}$ *where* $x \in R$

or $x \leq 0$ *where* $x \in R$ (1)

2.5.3 $f^{-1}: y = \sqrt{-x}$

$\therefore f: x = \sqrt{-y}$

$\therefore \quad -y = x^2$ √ ½ vir bewerking (A)

$\therefore \ f(x) = -x^2$ √ ½ vir antwoord (A) (1)

2.5.4 (a) Slegs g^{-1} het 'n asimptoot 1 vir antwoord (A)
Of f^{-1} raak aan die *y*-as

(b) Dit is 'n 2-1 funksie 1 vir antwoord (A)
Of Daar is vertikale lyne wat f^{-1} twee keer sny.

(c) g^{-1} neem toe in hierdie interval 1 vir antwoord (A)
Of y word groter as x groter word

(d) Die bestek van g is $y > 0$. 1 vir antwoord (A) (4)

[25]

VRAAG 3

3.1 $f(x) = -\frac{3}{x}$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{-\frac{3}{x+h}+\frac{3}{x}}{h}\surd$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\frac{-3x+3x+3h}{x(x+h)}}{h}\ \checkmark$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{3h}{x(x+h)}\times\frac{1}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{3}{x(x+h)}\ \checkmark$$

$$= \frac{3}{x^2}\surd$$

½ vir vervanging in formule (A)

1 vir optelling (A)

1 vir vereenvoudiging van (A)

½ vir antwoord (A)

LET WEL: Nul vir slegs antwoord (3)

3.2.1 $f(x) = 3x^2 + 2\ln x + 4x + 5$

$$f'(x) = 6x\surd + \frac{2}{x}\surd + 4\surd + 0\surd$$

½ vir elke term (A) (2)

3.2.2 $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + 2e^{3x} - \tan 2x - \cos ec3x$

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}} + 2e^{3x} - \tan 2x - \cos ec3x$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}\surd + 6e^{3x} - 2\sec^2 2x + 3co\sec 3x\cot 3x$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}\surd + 6e^{3x} - 2\sec^2 2x + 3co\sec 3x\cot 3x$$

$$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\surd + 6e^{3x}\surd - 2\surd\sec^2 2x\surd + 3\surd co\sec 3x\cot 3x\surd$$

½ vir eerste term omgesit (A)

Ignoreer hierdie halfpunt

½ vir afgeleide (A)

½ vir elke term (A) (4)

3.2.3 $y = \frac{x^3+3}{x^2-3x}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2\surd(x^2-3x)\surd-(2x-3)\surd(x^3+3)\surd}{(x^2-3x)^2\ \checkmark}$$

½ vir elke korrekte faktor in die teller (A)
1 vir korrekte noemer (A)

ALTERNATIEF
Ken punte toe op dieselfde basis vir alternatiewe (3)

3.2.4 FOF

$y = \left(x^3 - 5x\right)^5$

$Let\ u = x^3 - 5x \quad \therefore \frac{du}{dx} = 3x^2 - 5$

$\frac{dy}{du} = 5\left(u\right)^4$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = 5\sqrt{\left(x^3 - 5x\right)^4}\sqrt{(3x^2 - 5)}\sqrt{}$

½ elk vir die drie faktore en ½ vir die eksponent "4" (A)

$\therefore \frac{dy}{dx} = (15x^2 - 25)\left(x^3 - 5x\right)^4\sqrt{}$

Alternatief

Kettingreël

$$\frac{dy}{dx} = 5\sqrt{(x^3 - 5x)^4}\sqrt{}\sqrt{(3x^2 - 5)}\sqrt{}$$

½ elk vir die drie faktore en ½ vir die eksponent "4" (A)

(2)

3.3.1 $f(x) = 2x^3 - x^2 - 16x + 15$

$Let\ x = 0 \therefore f(0) = 15$

(0;15)✓

1 vir die antwoord "15" (A)

(1)

3.3.2 $f(x) = 2x^3 - x^2 - 16x + 15$

$f'(x) = 6x^2 - 2x - 16\sqrt{}$

$f''(x) = 12x - 2\sqrt{}$

$x = 1,81$ Substitute in $f''(x)$

$f''(1,81) = 12(1,81) - 2 = \text{positive}\sqrt{}$

$\therefore$ At $x = 1,81$ the turning point is a minimum $TP\sqrt{}$

$x = -1,47$ Substitute in $f''(x)$

$f''(-1,47) = 12(-1,47) - 2 = \text{negative}\sqrt{}$

$\therefore$ At $x = -1,47$ the turning point is a maximum $TP\sqrt{}$

½ vir 1st afgeleide (A)
½ vir 2nd afgeleide (CA)
½ vir 2de afgeleide by 1,81 (CA)
½ vir gevolgtrekking (CA)
½ vir 2de afgeleide by -1,47(CA)
½ vir gevolgtrekking (CA)

(3)

3.3.3 Afneem ✓

1 vir antwoord (A)

(1)

3.3.4 $f(x) = 2x^3 - x^2 - 16x + 15$

$f'(x) = 6x^2 - 2x - 16$ *gradient*

$Use\ x = 1$

$f'(1) = 6(1)^2 - 2(1) - 16 = -12$✓

Gradient negative

Graph is decreasing✓

LET WEL: Studente kan enige punt gebruik. Punte word toegeken as die resultaat dieselfde is: Negatiewe gradiënt

(2)

3.4 $f(x)=x^3+mx^2+nx-4 \quad x-2$ leaves remainder of -2 ½ Verv.

$f(2)=(2)^3+m(2)^2+n(2)-4=-2\surd$

$\therefore 4m+2n=-6 \quad eq\ 1\surd$ ½ vergelyking

$f(x)=x^3+mx^2+nx-4$

$f'(x)=3x^2+2mx+n=0\ \surd$ at TP $x=3 \quad given$ ½ $f'=0$

$\therefore 3(3)^2+2m(3)+n=0$

$6m+n=-27 \quad$ eq $2\surd$ ½ vergelyking

$\therefore (6m+n=-27 \quad)\times 2$

$12m+2n=-54 \quad eq\ 3$

$4m+2n=-6 \quad eq\ 1$

$eq3-eq1 \qquad 8m=-48$

$\therefore m=-6\checkmark$ 1 antwoord

Substiute in eq2

$\therefore 6(-6)+n=-27$

$n=9\checkmark$ 1 antwoord (4)

[25]

VRAAG 4

4.1.1 $\int\left(\frac{x}{2}+\frac{2}{3}x^{-3}+5\cos 5x+4x\right)dx$

$=\frac{x^2}{4}-\frac{2}{6}x^{-2}\ '+\sin 5x+2x^2+c$

$=\frac{x^2}{4}\surd-\frac{1}{3x^2}\checkmark+\sin 5x\surd+2x^2\surd+c\surd$

1 vir 2de term en ½ elk vir die res (A) (3)

4.1.2 $\int\left(\frac{1}{2x}+\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}-e^{3x}+8\sec^2 4x+5\right)dx$

$\int\left(\frac{1}{2x}+2x^{\frac{-2}{3}}-e^{3x}+8\sec^2 4x+5\right)dx$

$=\frac{1}{2}\ln x\ '+\left(\frac{2x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}}\right)\ -\frac{e^{3x}}{3}\ +\frac{8\tan 4x}{4}\ '+5x\ '+c$

$=\frac{1}{2}\ln x\surd+6\sqrt[3]{x}\checkmark-\frac{e^{3x}}{3}\checkmark+2\tan 4x\checkmark+5x\checkmark+c$

1 per term (A)
Ignoreer die konstante c. Dit is in 4.1.1 bepunt. (5)

4.2

$$\text{Distance} = \int_0^2 (-3t^2 + 5t + 8)\,dt$$
$$= \left(-t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 8t\right)\Big|_0^2$$
$$= (-8 + 10 + 16) - (0)$$
$$= 18\,m$$

1 vir opstel van korrekte integraal (A)

1 vir integraal (CA)

1 vir antwoord (CA) (3)

4.3.1

$$A = \int_a^b y\,dx$$
$$A = \int_{-2}^{2} (-x^4 + 6x^2)\,dx \surd$$
$$A = \frac{-x^5}{5}\surd + \frac{6x^3}{3}\surd\Big|_{-2}^{2}$$
$$A = \left|\frac{-(2)^5}{5} + \frac{6(2)^3}{3}\right| - \left|\frac{-(-2)^5}{5} + \frac{6(-2)^3}{3}\right|\surd$$
$$A = 9{,}6 + 9{,}6 = 19{,}2\checkmark$$

½ opstel van integraal (A)

½ elk vir integrale (CA)

½ vir berekening (CA)

1 vir antwoord (CA) (3)

4.3.2

$$f'(x) = -4x^3 + 12x\surd$$
$$f''(x) = -12x^2 + 12 = 0\surd$$
$$\therefore x = \pm 1\surd$$
$$\therefore \text{at } x = 1 \quad f'(x) = -4(1)^3 + 12(1) = 8\surd$$
Maximum gradient is 8

½ vir gradiënt funksie f' (A)
½ vir afgeleide van gradiënt se funksie

½ vir stasionêre punte of f'

½ vir gradiënt by $x = 1$ (2)

[16]

VRAAG 5

5.1.1

Gradiënt: $m = \frac{1100}{550}$
$= 2$
$h(x) = 2x$

1 vir gradiënt (A)

1 vir antwoord (CA)
Volpunte vir slegs antwoord (2)

5.1.2

$h(x) \leq 2x$ ✓
$f(x) \leq\checkmark 2000 - x$
$g(x) <\checkmark 1375 - \frac{1}{2}x$

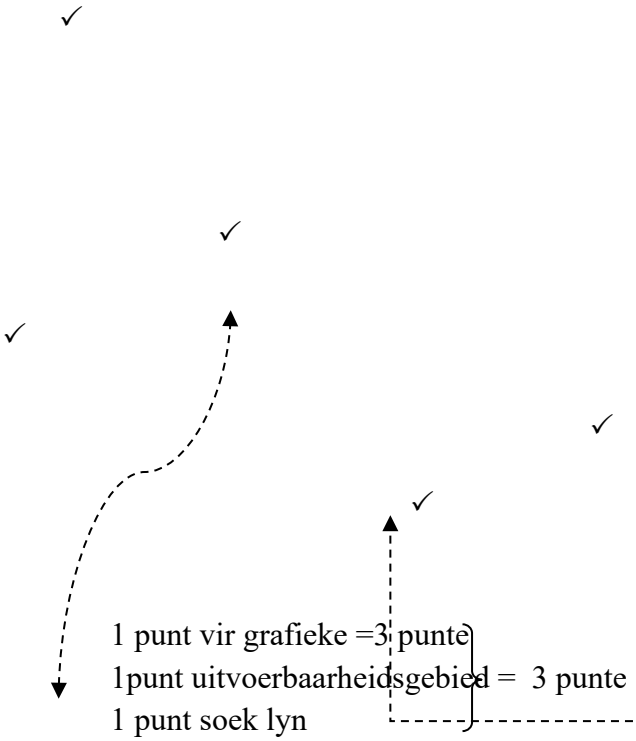
I vir 1ste beperking (CA)

1 elke vir orige twee (A)

(3)

5.2.1 $200x + 400y \leq 8000$ ✓ (or $x + 2y \leq 40$) 1 vir elke beperking (A)
$400x + 250y \leq 7750$ √✓(or $8x + 5y \leq 155$)
$y \geq 5$ √✓ (3)

5.2.2
a)



1 punt vir grafieke =3 punte
1punt uitvoerbaarheidsgebied = 3 punte
1 punt soek lyn (3)

b) Dui die uitvoerbaarheidsgebied op die grafiek aan. KYK GRAFIEK (1)

c) $P = 140x + 160y$✓ (1)

d) Trek 'n soeklyn op die grafiek. KYK GRAFIEK ✓ (1)

e) Maks by $(10; 15)$ √
Maks P $= 140(10) + 160(15) =$ R3800 √ (1)
[15]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou