higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

WISKUNDE
(Eerste Vraestel)
NKR VLAK 4

(10501064)

5 November 2019 (X-Vraestel)
09:00–12:00

'n Nieprogrammeerbare wetenskaplike sakrekenaar mag gebruik word.

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 2 bylaes en 'n formuleblad van 2 bladsye.

Kopiereg voorbehou

TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord AL die vrae.
2. Lees AL die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Laat minstens DRIE reëls oop ná elke vraag.
5. Begin elke afdeling op 'n NUWE bladsy.
6. Die diagramme is NIE volgens skaal geteken nie.
7. Indien nodig, rond jou antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders aangedui word.
8. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 1.1.1 Verskeie opsies word as moontlike antwoorde op die volgende vrae gegee. Kies die antwoord en skryf slegs een van die letters (A–D) langs die vraagnommer (1.1.1–1.1.5) in jou ANTWOORDBOEK neer.

1.1.1 $(-6+5i)-(3-2i)$, vereenvoudig, is …

A $-9+3i$
B $7-9i$
C $-9+7i$
D $3+3i$

1.1.2 $i^3+i^5+i^7$ is gelyk aan …

A 1
B i
C $3i^{15}$
D $-i$

1.1.3 $(5-3i)(5+3i)=$ …

A 34
B $25-30i+9i^2$
C $25-9i$
D $5-15i-3i^2$

1.1.4 As $z=-2-3i$ op 'n komplekse vlak gestip word, sal dit in die volgende kwadrant voorkom:

A Eerste
B Tweede
C Derde
D Vierde

1.1.5 Los op vir x en y as $3x-5yi=-10i+15$, waar $i=\sqrt{-1}$.

A $x=\dfrac{-10}{3}$ $y=-3$
B $x=5$ $y=2$
C $x=\dfrac{1}{5}$ $y=\dfrac{1}{2}$
D $x=5$ $y=2i$

(5 × 1) (5)

1.2 Los op vir x in die vergelyking $2x^2+2x+5=0$ en druk enige niereële oplossings in die vorm $a\pm bi$ uit. (2)

Kopiereg voorbehou

1.3 Vereenvoudig en laat die antwoord in reghoekige vorm, met 'n rasionale noemer:

$$\frac{\sqrt{2}\,cis(-45^0)}{2i^2+3i+4}$$ (3)

1.4 Pas De Moivre se stelling toe om die volgende te bereken. Laat jou antwoord in poolvorm, met 'n positiewe argument:

$$\frac{(4-3i)-(i^2+i^3)}{\left(2\,cis120^0\right)^5}$$ (5)

1.5 Los op vir x en y in die volgende vergelyking en druk enige niereële oplossings in die vorm $a \pm bi$ uit:

$$x^2i^8 - y^2i^7 + 6xi^6 - xi = 9i^2 - 7i$$ (6)

[21]

VRAAG 2

2.1 As $f(x) = 2x^3 + px^2 + 5x + 6$ deur $x-2$ gedeel word, laat dit 'n res van -20.

Bepaal die waarde van p. (2)

2.2 Die uitdrukking $-2x^3 - 3x^2 + 13bx + 20$ het die res van -56 wanneer dit deur $x+a$ gedeel word.

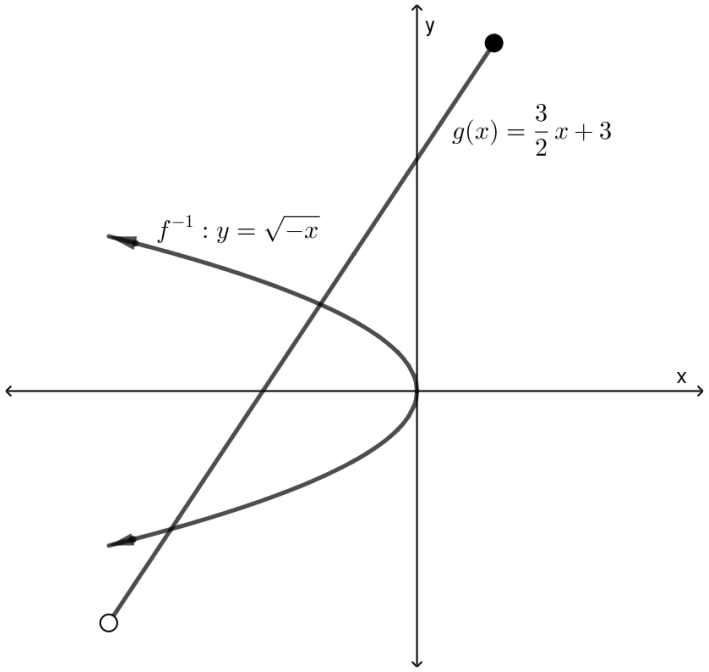
As dit ook gegewe is dat $(x-a)$ 'n faktor van $-2x^3 - 3x^2 + 13bx + 20$ is, pas die res- en faktorstelling toe om TWEE waardes van a te bepaal. Bepaal dan die waarde van b. (5)

Kopiereg voorbehou

2.3 Op die figuur hier onder word die grafieke van die volgende funksies voorgestel:

$f^{-1}: y = \sqrt{-x}$ en

$g(x) = \frac{3}{2}x + 3$ vir $x \in (-4;2] waar\ x \in R$



GRAFIEK 1

2.3.1 Bestaan $f^{-1}: y = \sqrt{-x}$ by $x = 2$? (1)

2.3.2 Skryf die definisiegebied van $f^{-1}: y = \sqrt{-x}$ neer. (1)

2.3.3 Skryf die waardegebied van $g^{-1}(x)$ neer. (1)

2.3.4 Bepaal die vergelyking vir f. (1)

2.3.5 Bepaal die vergelyking vir g^{-1}. (2)

2.3.6 Bepaal die waardegebied van $g(x)$. (3)

2.3.7 Teken g^{-1} op BYLAE A en toon AL die afsnitte met asse. Trek ook die lyn waar om g^{-1} en g simmetries is.

Toon duidelik die aard van die begin- en eindpunte van g^{-1}. (3)

[19]

Kopiereg voorbehou

VRAAG 3

3.1 Gegee is die funksie $f(x)=5-2x^2$. Bepaal die afgeleide van $f(x)$ met behulp van eerste beginsels. (3)

3.2 Bepaal die afgeleides van die volgende met behulp van differensiasiereëls. Laat jou antwoord met POSITIEWE EKSPONENTE en in WORTELVORM, waar toepaslik.

3.2.1 $f(x)=3x^2-\frac{\sqrt{x^3}}{3}+2e^{3x}-\text{cosec}(4x)-9x$ (5)

3.2.2 $y=\frac{3x+1}{3\ln x}$ (3)

3.2.3 $f(t)=(5t)(\sin 5t)$ (3)

3.2.4 $y=\frac{1}{\left(x^2-2\right)^2}$ (3)

[17]

VRAAG 4

4.1 Bepaal die volgende integrale en vereenvoudig die antwoord. Laat die antwoord met 'n positiewe eksponent en in wortelvorm, waar toepaslik.

4.1.1 $\int\left(4x+\sin 4x+\frac{4}{x}+4\right)dx$ (3)

4.1.2 $\int(3.\sqrt[3]{x}-\frac{3}{\sqrt{x}}+4e^{4x}+3\sec^2 3x)dx$ (4)

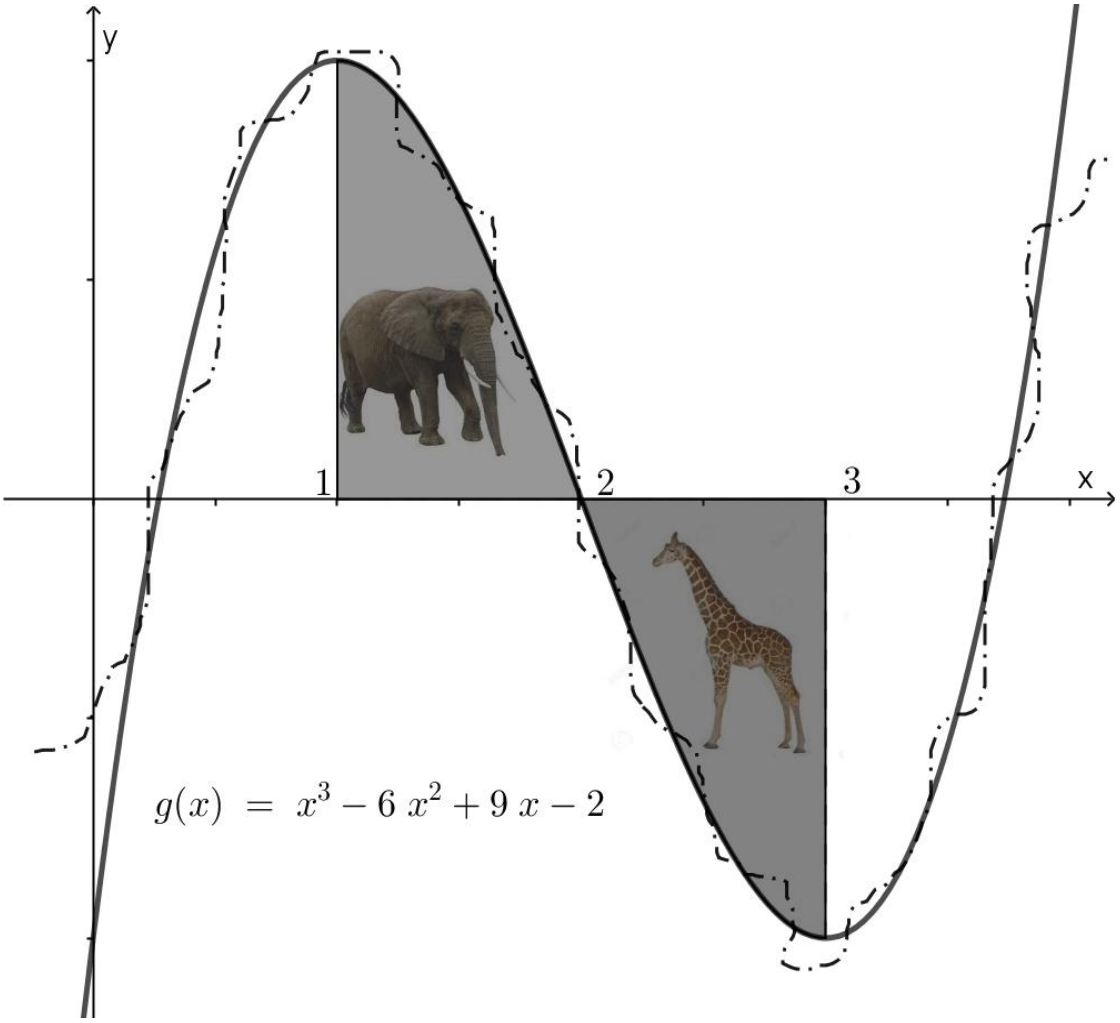
4.2 Evalueer die bepaalde integraal $\int_{-1}^{2}(4x+3)dx$. (2)

Kopiereg voorbehou

4.3 'n Natuurreservaat het 'n onreëlmatige vorm en 'n rivier vloei daardeur. Die eienaar moet die benaderde oppervlakte van die natuurreservaat bepaal. Die vlak 4-studente maak van etlike punte gebruik om die volgende steekproefregressievergelyking te bepaal wat die vorm sal benader:

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

Doen jou berekeninge hier onder met behulp van hierdie vergelyking.



GRAFIEK 1

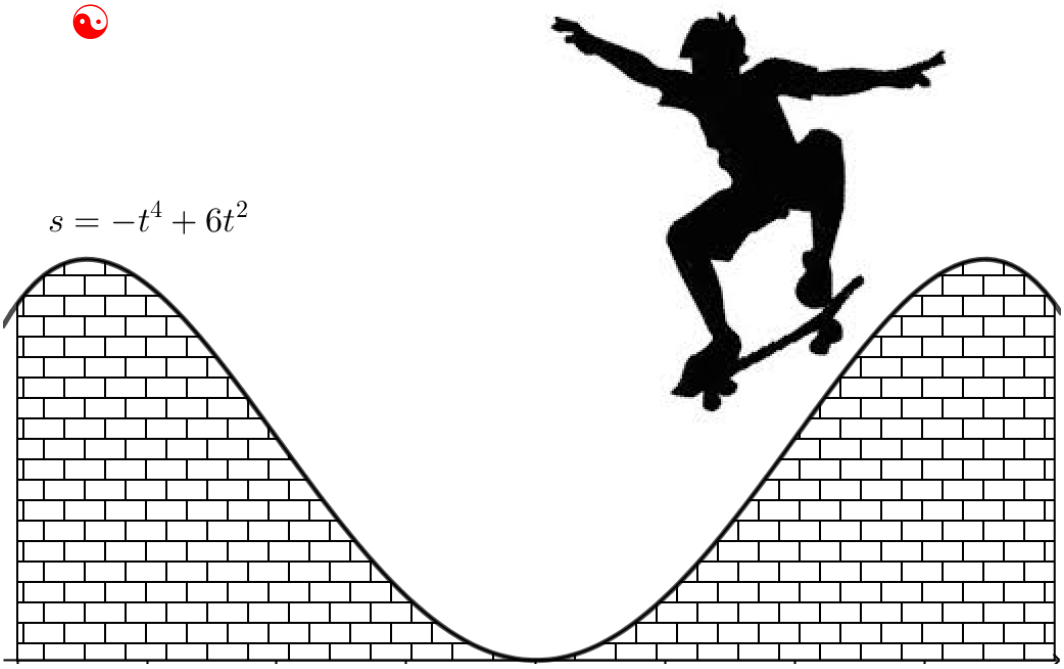
Bereken die grootte van die ingekleurde oppervlakte met behulp van integrasie. Die natuurreservaat word deur die grafiek van f, die x-as, en die lyne $x = 1$ en $x = 3$ begrens. (5)

[14]

Kopiereg voorbehou

VRAAG 5

5.1 'n Skaatsplankryer oefen op 'n skaatsplankbaan ('ramp') soos hier onder getoon word. Haar bewegingsvergelyking word deur $s = -t^4 + 6t^2$ gegee, waar s die hoogte in meter en t die tyd in sekondes is.



GRAFIEK 3

5.1.1 Bepaal die vergelyking wat haar snelheid in terme van t beskryf. (1)

5.1.2 Bereken haar maksimum snelheid. (3)

5.1.3 Bepaal die hoogte sodra sy teen die maksimum snelheid beweeg. (1)

5.1.4 Bepaal haar versnelling teen $t = 2$ sekondes. (2)

5.2 Die derdegraadse polinoom $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ word gegee.

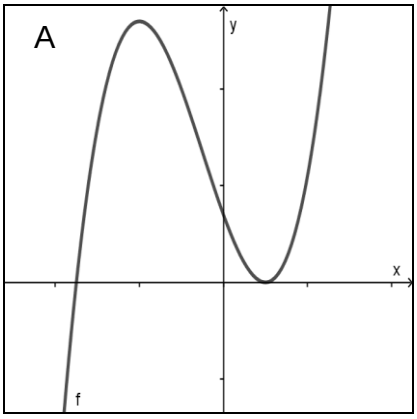
5.2.1 Pas die faktorstelling of enige ander metode toe om $f(x)$ geheel en al te faktoriseer. (4)

Kopiereg voorbehou

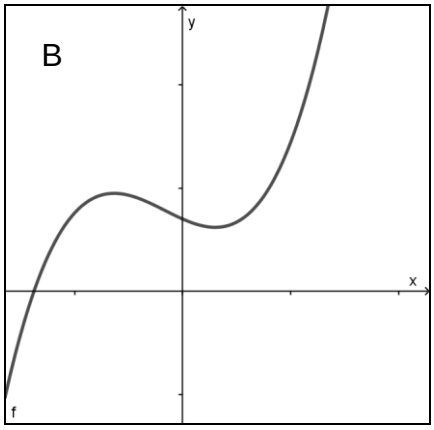
5.2.2 Kies, met verwysing na VRAAG 5.2.1 hier bo, die korrekte grafiek wat die derdegraadse polinoom $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ hier bo voorstel.

Kies die antwoord en skryf slegs een van die letters (A–D) langs die vraagnommer (5.2.2) in jou ANTWOORDBOEK neer.

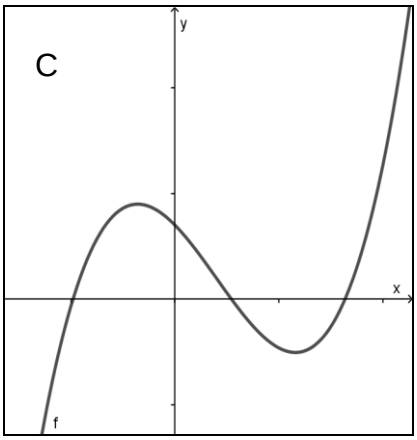
A



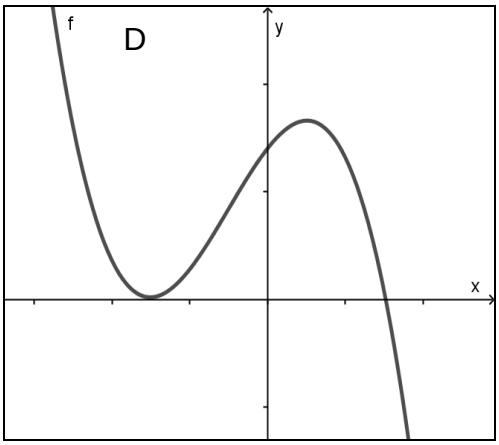
B



C



D

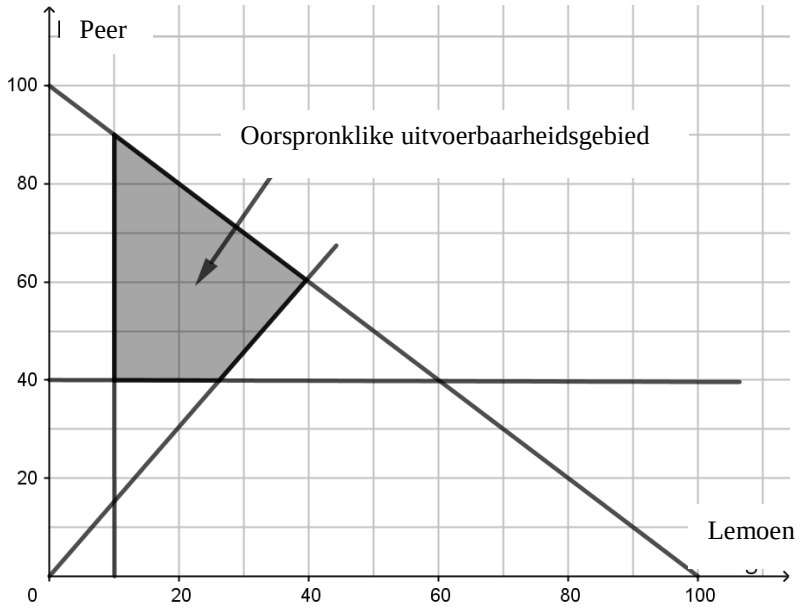


(2)
[13]

Kopiereg voorbehou

VRAAG 6

6.1 'n Entrepreneur verkoop vars vrugtesap in koppies. Die mengsel bestaan uit lemoene en pere. Laat die hoeveelheid lemoene x wees en die hoeveelheid pere y wees. Die geskakeerde oppervlakte in die diagram stel die uitvoerbaarheidsgebied voor vir die toestande waarin die sapmengsel gemaak word.



GRAFIEK 4

6.1.1 Wat is die minimum hoeveelheid pere wat in die mengsel gebruik kan word as daar na die uitvoerbaarheidsgebied in grafiek 4 verwys word? (1)

6.1.2 Sal 'n mengsel van 60 pere en 20 lemoene aan die vereistes vir die uitvoerbaarheidsgebied voldoen?

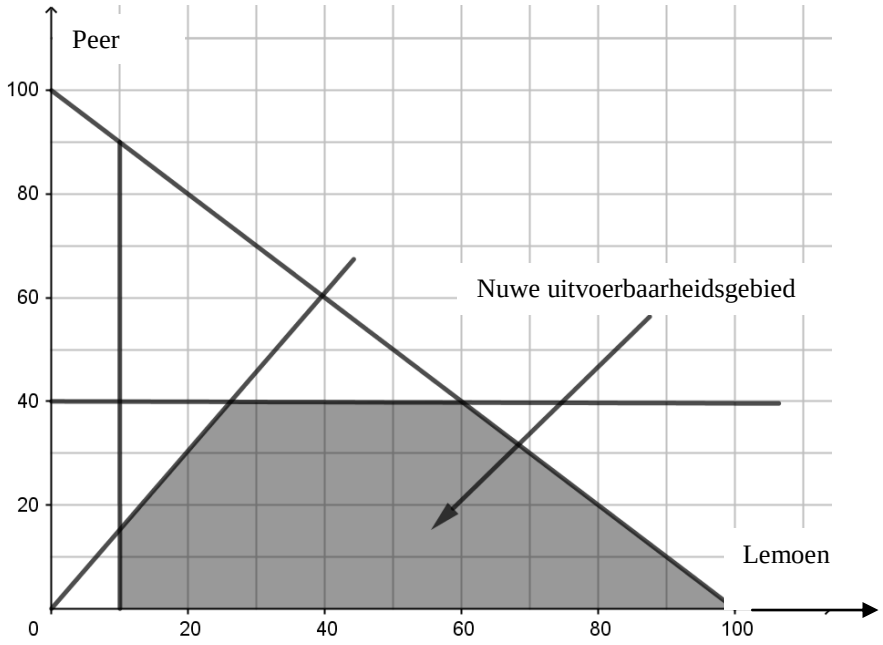
Verduidelik jou antwoord. (2)

Kopiereg voorbehou

6.1.3 Die beperkinge wat die uitvoerbaarheidsgebied op grafiek 4 hier bo beskryf, is:

$$y \geq 40;$$
$$x \geq 10;$$
$$y \geq \frac{3}{2}x.$$
$$x + y \leq 100$$

Pas hierdie kennis toe en skryf die beperkinge neer wat die nuwe uitvoerbaarheidsgebied in grafiek 5 hier onder sal beskryf.



GRAFIEK 4 (3)

6.2 'n Groep siviele-ingenieurstudente is van plan om plaveisel te lê deur van twee verskillende kleure stene gebruik te maak, naamlik grys stene (x lotte) en rooi stene (y lotte). Hulle moet hoogstens 300 lotte grys stene en minstens 150 lotte rooi stene gebruik. Hulle moet 'n maksimum van 500 lotte stene gebruik vir die oppervlakte wat hulle wil plavei. Vir elke lot rooi stene moet daar hoogstens twee lotte grys stene wees.

6.2.1 Twee van die beperkinge is $x \geq 0$ en $y \geq 0$. Modelleer die ander beperkinge ten opsigte van bostaande inligting in terme van x en y. (2)

Kopiereg voorbehou

6.2.2 Voltooi die volgende vrae met behulp van BYLAE B (aangeheg).

a) Stel die ongelykhede in VRAAG 6.2.1 grafies voor deur 'n skaal van 1 eenheid tot 50 stene te gebruik. (3)

b) Dui die uitvoerbaarheidsgebied op die grafiek aan. (1)

c) Die studente maak 'n wins van R250 per palet (lot) van die grys stene en R300 per palet van die rooi stene.

Bepaal die vergelyking wat die totale wins in terme van x en y voorstel. (1)

d) Trek 'n soeklyn op die grafiek. (1)

e) Bereken die maksimum wins. (2)
[16]

TOTAAL: 100

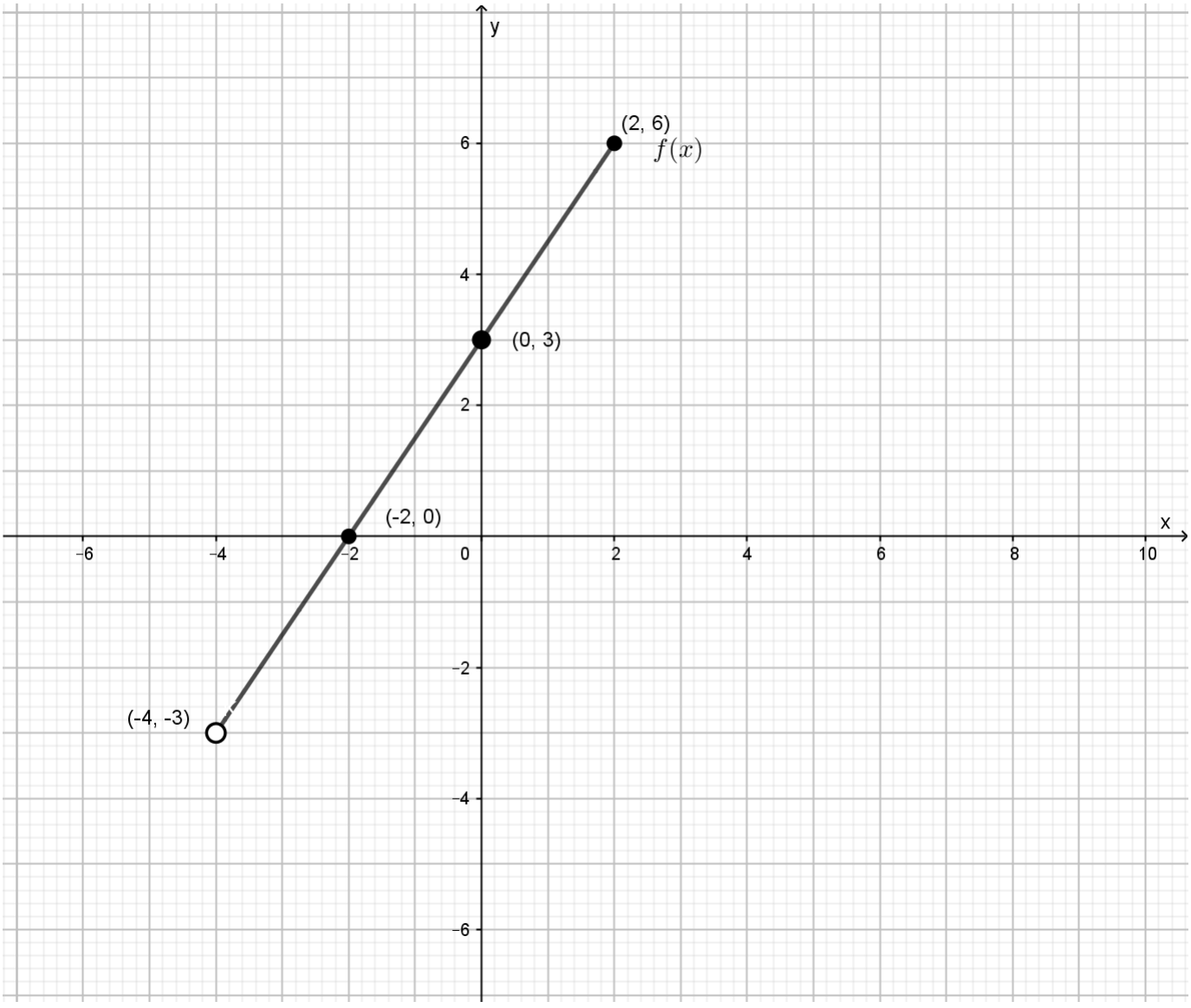
Kopiereg voorbehou

BYLAE A

EKSAMENNOMMER:

SENTRUMNOMMER:

VRAAG 2.3.7

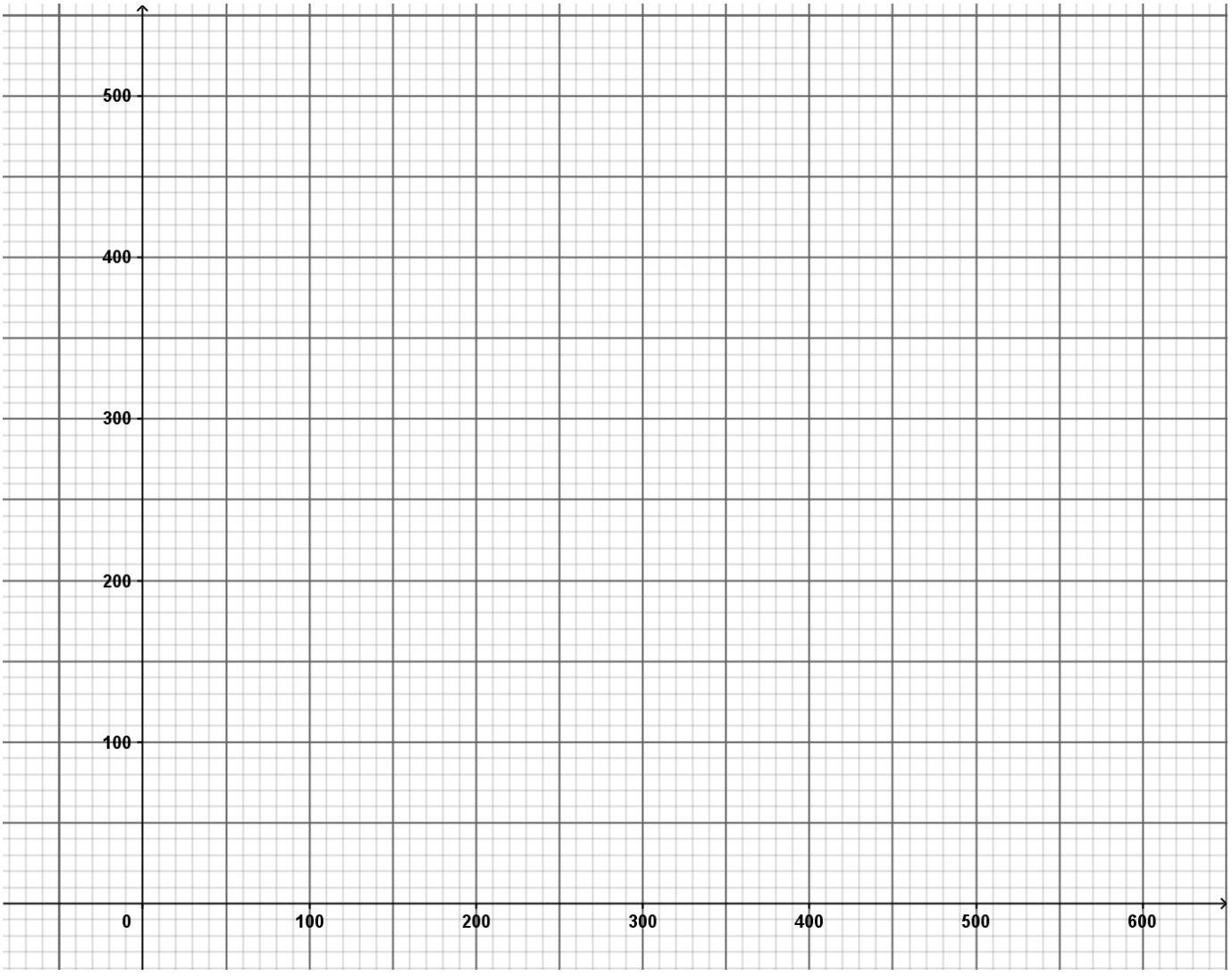


BYLAE B

EKSAMENNOMMER:

SENTRUMNOMMER:

VRAAG 6.2.2



Kopiereg voorbehou

FORMULEBLAD

1. $z = r\cos\theta \pm rj\sin\theta$ or $z = r\cos\theta \pm ri\sin\theta$

2. $z = a \pm bj$ or $z = a \pm bi$ where $i = j = \sqrt{-1}$

3. $r\angle\theta = r\angle\theta = rcis\theta$ where "r" represent modulus and "θ" represent argument

4. $m = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$

5. $\dfrac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$

6. $\dfrac{d}{dx}k = 0$

7. $\dfrac{dy}{dx} = u.\dfrac{dv}{dx} + v.\dfrac{du}{dx}$ or $\dfrac{d}{dx}\left[f(x).g(x)\right] = f(x)\ g'(x) + f'(x)\ g(x)$

8. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$ or $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right] = \dfrac{g(x)\ f'(x) - f(x)\ g'(x)}{[g(x)]^2}$

9. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{du}{dx} \times \dfrac{dy}{du}$ or $\dfrac{d}{dx}f\left(g(x)\right) = f'\left(g(x)\right)g'(x)$

10. If $y = \left(f(x)\right)^n$ then $\dfrac{dy}{dx} = n\left(f(x)\right)^{n-1}.f'(x)$

11. If $y = \ln kx$ then $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{k}{kx}$ or If $f(x) = \ln kx$ then $f'(x) = \dfrac{k}{kx}$

12. If $y = e^x$ then $\dfrac{dy}{dx} = e^x$ or If $f(x) = e^x$ then $f'(x) = e^x$

13. If $y = e^{kx}$ then $\dfrac{dy}{dx} = ke^{kx}$ or If $f(x) = e^{kx}$ then $f'(x) = ke^{kx}$

14. If $y = \sin x$ then $\dfrac{dy}{dx} = \cos x$ or If $f(x) = \sin x$ then $f'(x) = \cos x$

15. If $y = \cos x$ then $\dfrac{dy}{dx} = -\sin x$ or if $f(x) = \cos x$ then $f'(x) = -\sin x$

16. If $y = \tan x$ then $\dfrac{dy}{dx} = \sec^2 x$ or if $f(x) = \tan x$ then $f'(x) = \sec^2 x$

Copyright reserved

17. If $y=\cot x$ then $\frac{dy}{dx}=-\cos ec^2 x$ or $f(x)=\cot x$ then $f'(x)=-\cos ec^2 x$

18. If $y=\sec x$ then $\frac{dy}{dx}=\sec x\tan x$ or $f(x)=\sec x$ then $f'(x)=\sec x\tan x$

19. If $y=\cos ecx$ then $\frac{dy}{dx}=-\cos ecx\cot x$ or $f(x)=\cos ecx$ then $f'(x)=-\cos ecx\cot x$

20. $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}+c$

21. $\int k\,x^n\,dx = k\int x^n\,dx$ where k is a constant value.

22. $\int[f(x)\pm g(x)]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

23. $\int\frac{k}{x}\,dx = k\ln x+c$

24. $\int e^{kx}\,dx=\frac{e^{kx}}{k}+c$

25. $\int\sin kx\,dx = \frac{-\cos kx}{k}+c = -\frac{1}{k}\cos kx+c$

26. $\int\cos kx\,dx = \frac{\sin kx}{k}+c = \frac{1}{k}\sin kx+c$

27. $\int\sec^2 kx\,dx = \frac{1}{k}\tan kx+c$

28. $A=\int_a^b ydx$

29. $\left[f(x)\right]_a^b = f(b)-f(a)$

Kopiereg voorbehou