higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

WISKUNDE
(Eerste Vraestel)
NKR VLAK 4

(10501064)

21 Februarie 2018 (Y-Vraestel)
13:00–16:00

Nieprogrammeerbare sakrekenaars mag gebruik.

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 1 formuleblad van 2 bladsye en 'n bylae van 2 bladsye.

Kopiereg voorbehou

TYD: 3 UUR
PUNTE : 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord AL die vrae.
2. Lees AL die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Skryf met SWART of BLOU ink.
5. Begin elke vraag op 'n NUWE bladsy.
6. Diagramme is NIE volgens skaal geteken nie.
7. Antwoorde moet tot TWEE desimale plekke afgerond word tensy anders vermeld.
8. Werk netjies.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Verskeie opsies word as moontlike antwoorde vir die volgende vrae gegee. Kies die antwoord en skryf slegs die letter (A–D) langs die vraagnommer (1.1.1–1.1.5) in die ANTWOORDBOEK neer.

1.1.1 Die komplekse getal, $z = -3 - 4i$ waar $i = \sqrt{-1}$, in poolvorm is:

A $5cis\ 126{,}870^0$
B $5cis\ 233{,}130^0$
C $5cis\ 53{,}130^0$
D $5cis\ 306{,}870^0$

(1)

1.1.2 Die faktore van $x^2 + 25$ is …

A $(x - 5i)(x - 5i)$
B $(x + 5)(x + 5)$
C $(x - 5)(x + 5)$
B $(x + 5i)(x - 5i)$

(1)

1.1.3 Vereenvoudig $-4i + i^6 - (-3 + 0i)$ waar $i = \sqrt{-1}$:

A $-4i + 3$
B $2 - 4i$
C $2 + 4i$
D $-4 + 6i^5$

(1)

1.1.4 Vereenvoudig $(2 + \sqrt{-25})(2 - \sqrt{-25})$:

A 29
B $4 - 25$
C $(2 - \sqrt{-25})^2$
B $4 + 5i^2$

(1)

1.1.5 Los op vir x en y indien $3x - 4yi = -6 - 16i$ waar $i = \sqrt{-1}$:

A $x = 2$ en $y = -6$
B $x = -2$ en $y = 4$
C $x = 6$ en $y = 12$
D $x = 3$ en $y = 4$

(1)

Kopiereg voorbehou

1.2 Vereenvoudig en laat die antwoord in reghoekige vorm:

$$\frac{1-i}{2+3i}$$ (3)

1.3 Tel $z_1 = \sqrt{3}\angle 60^\circ$ *and* $z_2 = 2\angle 45$ op en laat die antwoord in reghoekige vorm $(a+bi)$. (3)

1.4 Pas De Moivre se stelling toe om die volgende te bereken, laat die antwoord in poolvorm met 'n positiewe argument.

$$\frac{\left(\sqrt{9}\angle 230°\right)^4}{\left(2cis330°\right)^5}$$ (4)

1.5 Los op vir x en y indien $1-i = 2(x+yi)+i^5\left(11i^5-13\right)+3(y+xi)$ (5)
[20]

VRAAG 2

2.1 Gebruik differensiasiereëls om die afgeleides van die volgende te bepaal, laat jou antwoord in vereenvoudigde vorm met positiewe eksponente en in wortelvorm, waar van toepassing:

2.1.1 $f(x) = 5x^3 - \sqrt{4x} + \frac{2}{5x^3} - 4e^{-2x+1} - \sin 30^0$ (5)

2.1.2 $y = \frac{\sin x}{e^x}$ (3)

2.1.3 $y = \frac{1}{\left(3x^2-5\right)^5}$ (3)

2.1.4 $f(t) = t\left(\frac{3}{t^2} - 5t\right)$ (2)

2.2 Gegee: $f(x) = \frac{4}{x}$

2.2.1 Bepaal $f'(x)$ van eerste beginsels indien $f(x) = \frac{4}{x}$ (3)

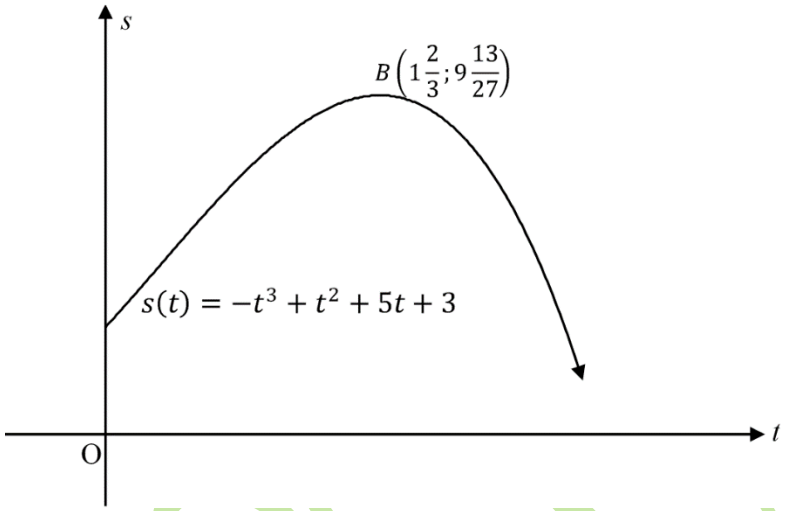
2.2.2 Vervolgens bepaal die helling van $f(x)$ by $x = 2$ (1)

2.2.3 Vind die vergelyking van die raaklyn tot die kromme $f(x) = \frac{4}{x}$ at $x = 2$ (2)

2.3 Die grafiek hier onder stel die beweging van 'n voorwerp voor wat beweeg volgens die formule

$$s(t) = -t^3 + t^2 + 5t + 3$$

waar s afstand in meter is en t is tyd in sekonde. Die punt $B\left(1\frac{2}{3}; 9\frac{13}{27}\right)$ is 'n draaipunt op die grafiek.



2.3.1 Bepaal die afstand beweeg na 1 sekonde. (1)

2.3.2 Bepaal die snelheid van die voorwerp by $t = 2$. (2)

2.3.3 Gebruik jou grafiek om die waarde(s) van t, waarvan die snelheid negatief is, neer te skryf. (1)

2.3.4 Bepaal die maksimum snelheid van die voorwerp. (2)

[25]

VRAAG 3

3.1 Bepaal die volgende heelgetalle:

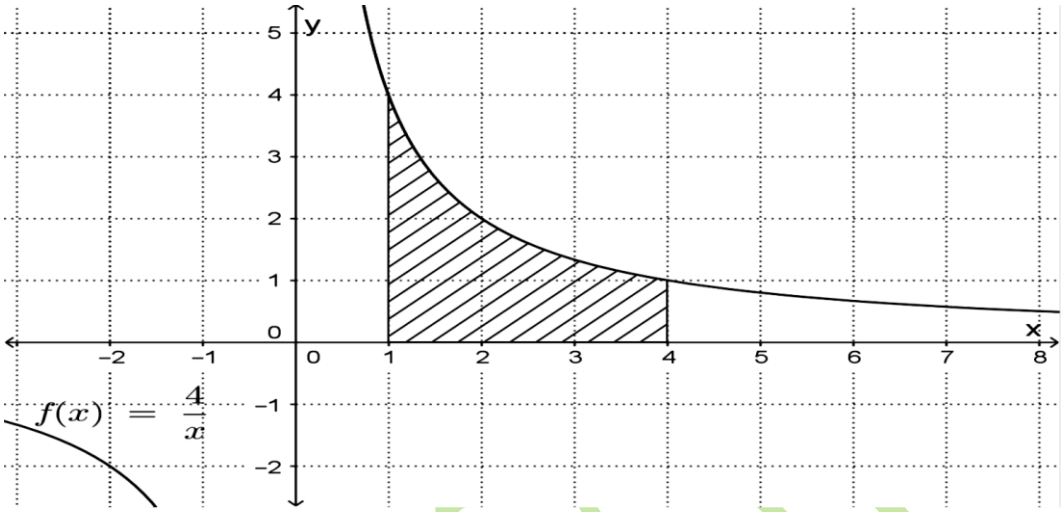
3.1.1 $\int (15x^2 - \frac{3}{2\sqrt{x}} + 4e^{2x} + (2\sec 3x)^2)dx$ (4)

3.1.2 $\int (4\cos 2x + \frac{x}{2} - \frac{2}{x} + 3)\,dx$ (3)

3.2 Die snelheidvergelyking van 'n voorwerp word gegee as $v = 3t + 5$ meter per sekonde, waar t die tyd in sekondes is.

Bepaal die afstand beweeg gedurende die derde sekonde. Pas integrasie toe om die probleem op te los. Die area onder die snelheid-tyd-grafiek gee die afstand. (4)

3.3 Gegee: die grafiek van $f(x) = \frac{4}{x}$



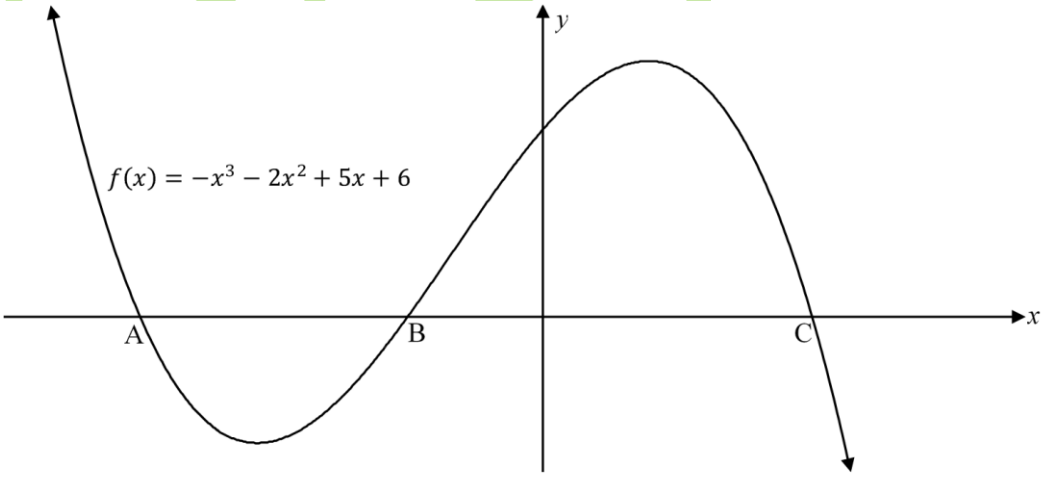
3.3.1 Gebruik BYLAE (3.3.1) om die representasiestrook te toon wat jy sal gebruik om die gearseerde area te bereken. (1)

3.3.2 Bereken die grootte van die gearseerde area. (3)

[15]

VRAAG 4

4.1 Die grafiek stel die derdegraadveelterm $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 5x + 6$ voor wat die x-as by A, B en C sny.



Pas die faktorstelling en langdeling (of enige ander metode) toe om die x koördinate van A, B en C te bereken. (5)

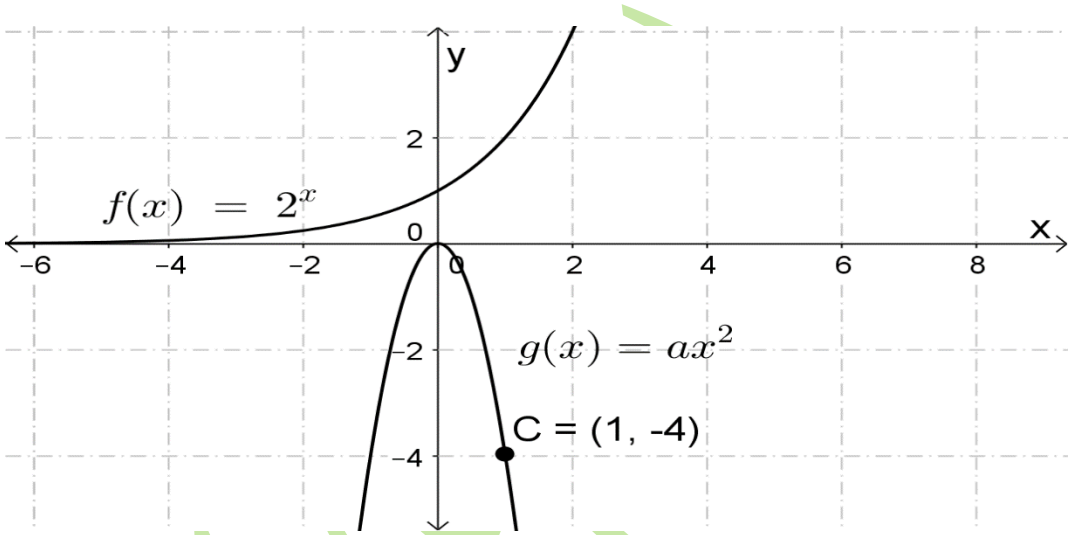
4.2 Wanneer $f(x) = x^3 - kx^2 - x + 13$ gedeel word deur $x - 3$, is die res10.

Bereken die waarde van k deur die restestelling te gebruik. (2)

4.3 Die uitdrukkings $2x^3 - 5x^2 + 2ax + 52$ en $x^3 + 3ax^2 + bx - 6$ het dieselfde restant wanneer deur $x - 2$ gedeel word. Ook, $x = -2$ is 'n wortel van $x^3 + 3ax^2 + bx - 6 = 0$

Pas die restestelling toe, en enige ander relevante inligting, om die waardes van a en b te bepaal. (4)

4.4 Die diagram gegee hier onder toon die grafieke $(x) = 2^x$ en $g(x) = ax^2$. Die punt $C(1; -4)$ lê op die grafiek van g.



4.4.1 Bereken die waarde van a.
Daarvolgens, bepaal die omgekeerde van g in die vorm $y = \cdots$. (3)

4.4.2 Skryf die domein en die bestek neer van $g(x) = ax^2$. (2)

4.4.3 Die grafiek van g is simmetries om die $x = 0$ lyn. Skryf die vergelyking van die simmetrielyn neer vir g^{-1}. (1)

4.4.4 Bepaal die vergelyking van die omgekeerde van $f(x) = 2^x$ in die vorm $x = \cdots$. (1)

4.4.5 Gebruik die BYLAE (4.4.5) om die grafiek te skets van $f^{-1}(x)$, toon duidelik die snypunt met die x-as en ten minste een ander punt. (3)

4.4.6 Om watter lyn is $f(x)$ en $f^{-1}(x)$ simmetries? (1)

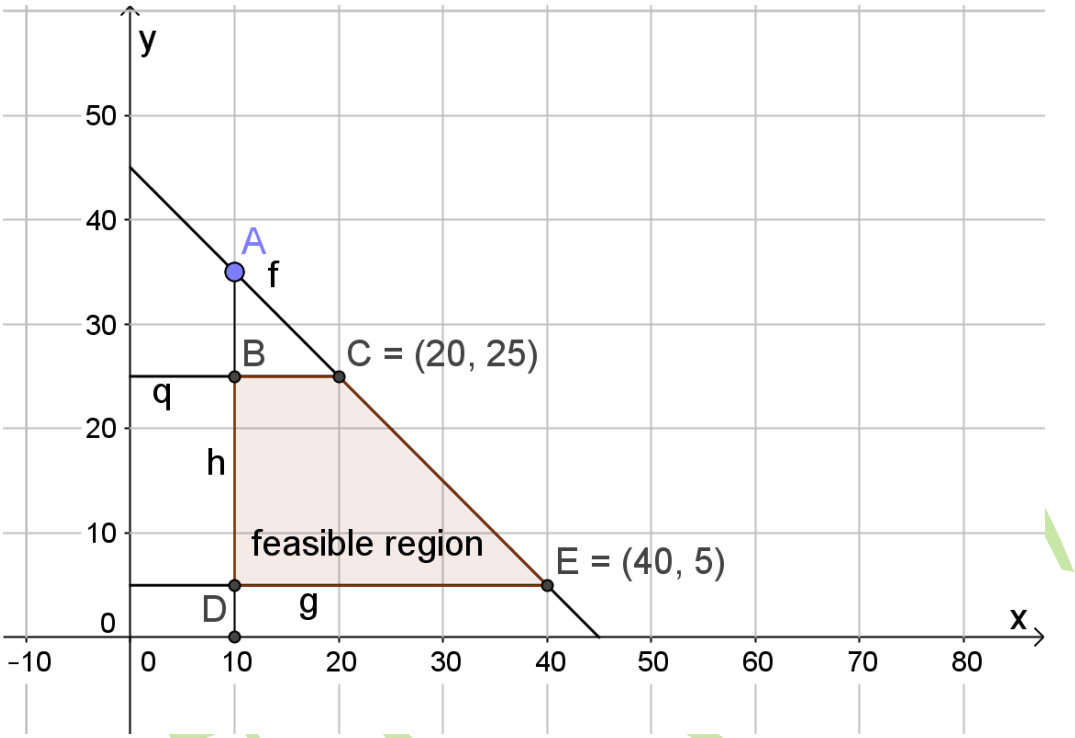
4.4.7 Skryf die domein neer van $f^{-1}(x)$. (1)

4.4.8 'n Leerder gee die bestek van $f(x) = 2^x$ as $y\epsilon[0; \infty)$ vir y as 'n reële getal. Verduidelik hoekom die leerder verkeerd is. (2)

[25]

VRAAG 5

5.1 'n Winkel meng twee verskillende kleure verf, geel (x liter) en rooi (y liter) om verskillende skakerings oranje te kry. Die gearseerde area in die diagram stel die uitvoerbare gedeelte (feasible region) voor, onderworpe aan 'n stel beperkinge waaronder hulle hierdie kleure kan meng.



5.1.1 Gegee is die beperking $5 \leq y \leq 25$.

Gebruik die inligting hier bo om die ongelykhede wat geassosieer word met die lyne wat deur **f** en **h** verteenwoordig word neer te skryf. (1)

5.1.2 Indien die verfverskaffers slegs 30 liter geel verf en 15 liter rooi verf het, sal hulle die oranje verf kan lewer wat aan die voorgeskrewe beperkinge voldoen? Bevestig jou antwoord deur die ongelykhede in VRAAG 5.1.1 toe te pas. (2)

5.2 'n Groep toeriste wil een dag by die Eiland Spa Oord oornag en moet hulle verblyf vooraf bespreek. Die oord bied 'n keuse van twee soorte chalets (kothuise).

Tipe A: Hierdie chalets kan 'n paartjie huisves en het 'n dubbelbed.
Tipe B: Hierdie chalets kan 'n gesin huisves en het 'n dubbelbed en twee enkelbeddens.

In die groep is daar minstens 4 paartjies wat in die tipe A chalets wil bly en hulle wil ook nie minder as 4 van die tipe B chalets hê waar gesinne met 4 lede kan tuisgaan. Die verhouding van tipe A tot tipe B moet minstens een tot twee wees. Die groep benodig op die meeste18 chalets.

Laat die getal tipe A chalets x en die getal tipe B y wees.

5.2.1 Twee van die beperkings is $x \geq 0$ en $y \geq 0$.

Boots na ('Model') die ander beperkinge ten opsigte van die inligting hier bo in terme van x en y. (2)

5.2.2 Die tarief vir tipe A is R1 000/dag en tipe B is R1 500/dag.

Skryf die vergelyking wat die totale koste vir die verblyf verteenwoordig in terme van x en y. (1)

5.2.3 Bepaal die helling vir die soeklyn. Toon die stappe. (1)

5.2.4 (a) Deur 'n skaal van 1 eenheid = 2 chalets te gebruik, stel die ongelykhede grafies op die aangehegte BYLAE (5.2.4) voor. (3)

(b) Dui die uitvoerbare gedeelte op die grafiek aan. (1)

(c) Teken die soeklyn op die grafiek en bereken die maksimum koste vir hulle verblyf. (2)

5.2.5 As gevolg van toeriste wat gekanselleer het, bestaan die groep by aankoms uit 10 gesinne wat tipe B chalets en 3 paartjies wat tipe A chalets benodig.

Sal die toerleier aan die vereistes van al die toeriste in hulle bespreekte chalets kan voldoen? Gee 'n rede vir jou antwoord met verwysing na die uitvoerbare gedeelte. (2)
[15]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou

WISKUNDE L4

FORMULEBLAD

1. $Z = r\cos\theta + r\,j\sin\theta$

2. $Z = a \pm bj$ of $Z = a \pm bi$ *waar* $i = j = \sqrt{-1}$

3. $r \angle \theta = r\ cis\ \theta$

4. $f'(x) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$

5. $\dfrac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$

6. $y = ka^x = ka^{x\ln a}$

7. $\dfrac{d}{dx} k = 0$

8. $\dfrac{dy}{dx} = u.\dfrac{dv}{dx} + v.\dfrac{du}{dx}$ of $\dfrac{d}{dx}\left[f(x).g(x)\right] = f(x)\ g'(x) + f'(x)\ g(x)$

9. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$ of $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right] = \dfrac{g(x)\ f'(x) - f(x)\ g'(x)}{[g(x)]^2}$

10. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{du}{dx} \times \dfrac{dy}{du}$ of $\dfrac{d}{dx} f\left(g(x)\right) = f'\left(g(x)\right) g'(x)$

11. Indien $y = \ln kx$ dan is $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{k}{kx}$ of Indien $f(x) = \ln kx$ dan is $f'(x) = \dfrac{k}{kx}$

12. Indien $y = e^x$ dan is $\dfrac{dy}{dx} = e^x$ of Indien $f(x) = e^x$ dan is $f'(x) = e^x$

13. Indien $y = e^{kx}$ dan is $\dfrac{dy}{dx} = ke^{kx}$ of Indien $f(x) = e^{kx}$ dan is $f'(x) = ke^{kx}$

14. *Indien* $y = \sin x$ dan is $\dfrac{dy}{dx} = \cos x$ of *Indien* $f(x) = \sin x$ dan is $f'(x) = \cos x$

15. *Indien* $y = \cos x$ dan is $\dfrac{dy}{dx} = -\sin x$ of *Indien* $f(x) = \cos x$ dan is $f'(x) = -\sin x$

16 *Indien* $y = \tan x$ dan is $\dfrac{dy}{dx} = \sec^2 x$ of *Indien* $f(x) = \tan x$ dan is $f'(x) = \sec^2 x$

Kopiereg voorbehou

17. *Indien* $y = \cot x$ dan is $\frac{dy}{dx} = -\cos ec^2 x$ *of Indien* $f(x) = \cot x$ dan is $f'(x) = -\cos ec^2 x$

18. *Indien* $y = \sec x$ dan is $\frac{dy}{dx} = \sec x \tan x$ of *Indien* $f(x) = \sec x$ dan is $f'(x) = \sec x \tan x$

19. *Indien* $y = \cos ecx$ dan is $\frac{dy}{dx} = -\cos ecx \cot x$ of *If* $f(x) = \cos ecx$ dan is $f'(x) = -\cos ecx \cot x$

20. *Indien* $y = \ln \sec x$ *then* $\frac{dy}{dx} = \tan x$ *Indien* $f(x) = \ln \sec x$ dan is $f'(x) = \tan x$

21. $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

22. $\int k\, x^n \, dx = k \int x^n \, dx$ waar k 'n konstante is.

23. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

24. $\int \frac{k}{x} \, dx = k \ln x + c$

25. $\int ka^x dx = \frac{ka^x}{\ln a} + c$

26. $\int e^{kx} \, dx = \frac{e^{kx}}{k} + c$

27. $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$

28. $\int \cos x \, dx = \sin x + c$

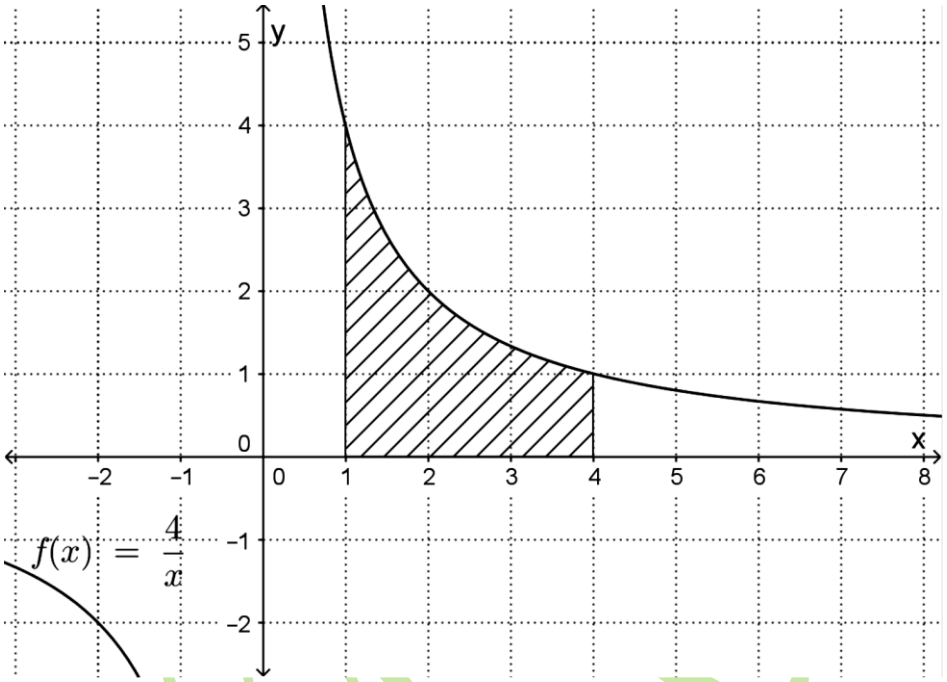
29. $\int \tan x \, dx = \ln \sec x + c$

30. $[f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$

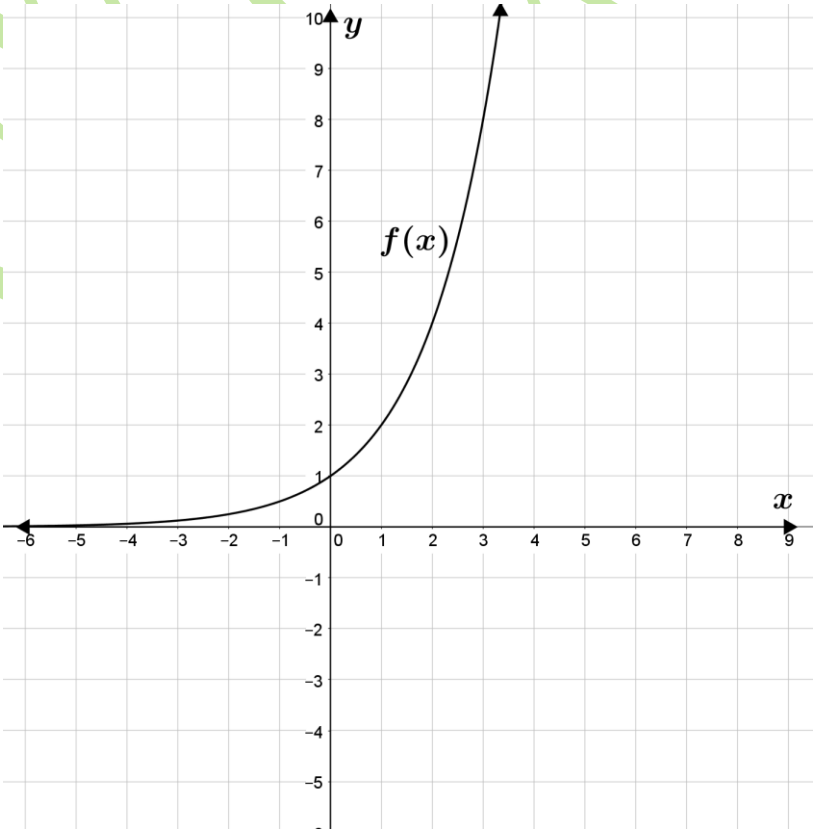
Kopiereg voorbehou

BYLAE **EKSAMENNOMMER:**

VRAAG 3.3.1

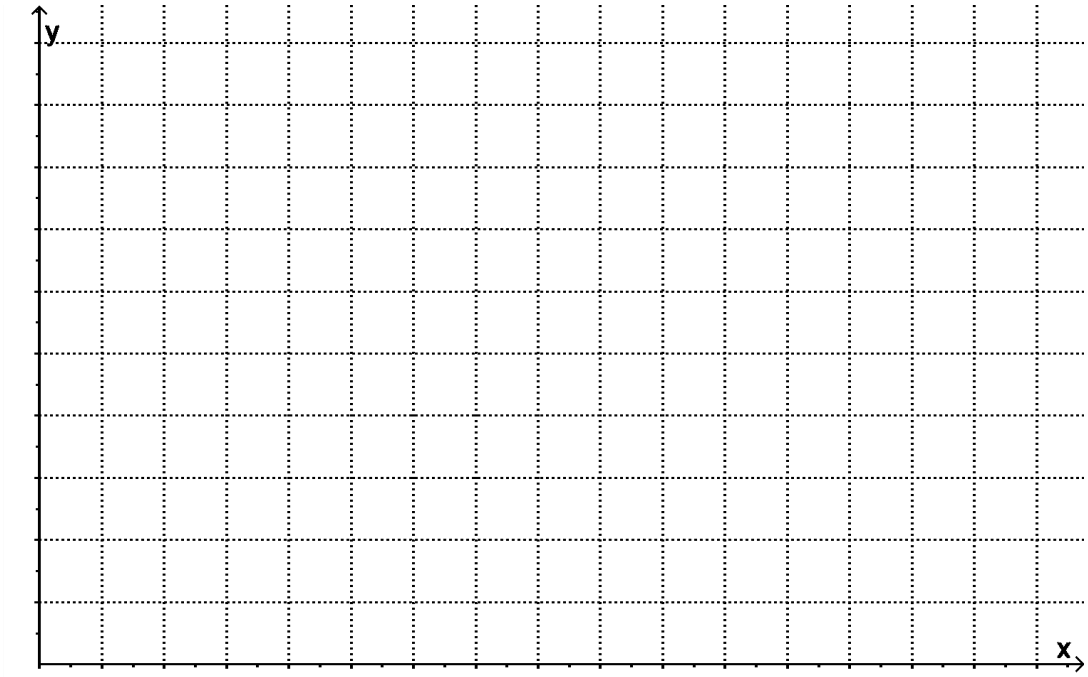


VRAAG 4.4.5



BYLAE **EKSAMENNOMMER:** | | | | | | | | | | | | | |

VRAAG 5.2.4



Kopiereg voorbehou