higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

# NASIENRIGLYN

## NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

## WISKUNDE
(Eerste vraestel)
**NKR VLAK 4**

**21 Februarie 2020**

**Hierdie nasienriglyn bestaan uit 12 bladsye.**

Kopiereg voorbehou

## INSTRUKSIES AAN DIE NASIENERS

1. As vak leen Wiskunde hom tot verskeie probleemoplossingsmetodes, en etlike alternatiewe antwoorde is dus moontlik. Ken punte vir alle wiskundig korrekte antwoorde toe.

2. Die antwoorde wat in hierdie nasienriglyn voorsien word, is nie allesomvattend nie, en nasieners word versoek om alle alternatiewe oplossings met mekaar te bespreek voordat nagesien word. Die nasienriglyn het ten doel om diskresionêre nasienwerk te minimaliseer ten einde konsekwentheid te verseker.

3. Implementeer 'opvolgnasienwerk'. Ken met ander woorde punte toe vir akkurate stappe wat op 'n fout volg, op voorwaarde dat die antwoord konsekwent verband hou met die fout. Dit word punte vir konsekwente akkuraatheid (KA) genoem. Wees versigtig vir dubbelfoute wat 'n akkurate antwoord tot gevolg kan hê.

4. Punte word vir elke stap toegeken, maar as 'n student 'n stap uitgelaat het en daar bewyse of rede is om te glo dat hy/sy die volgende stap moontlik in sy/haar kop kon aflei, moet die punt steeds aan die student toegeken word.

5. Neem kennis daarvan dat punte vir vereenvoudiging in sekere antwoorde toegeken is. Dit is om hoë presteerders te identifiseer.

6. Sien AL die stappe na en nie slegs die finale antwoord nie. Die aantal regmerkies moet met die totaal ooreenkom.

7. As die nasiener 'n nuwe of ongewone oplossing teëkom, moet dit met die hoofnasiener bespreek word voordat voortgegaan word.

8. Maak seker dat u die antwoorde op elke onderafdeling nagesien het.

---

Kopiereg voorbehou 

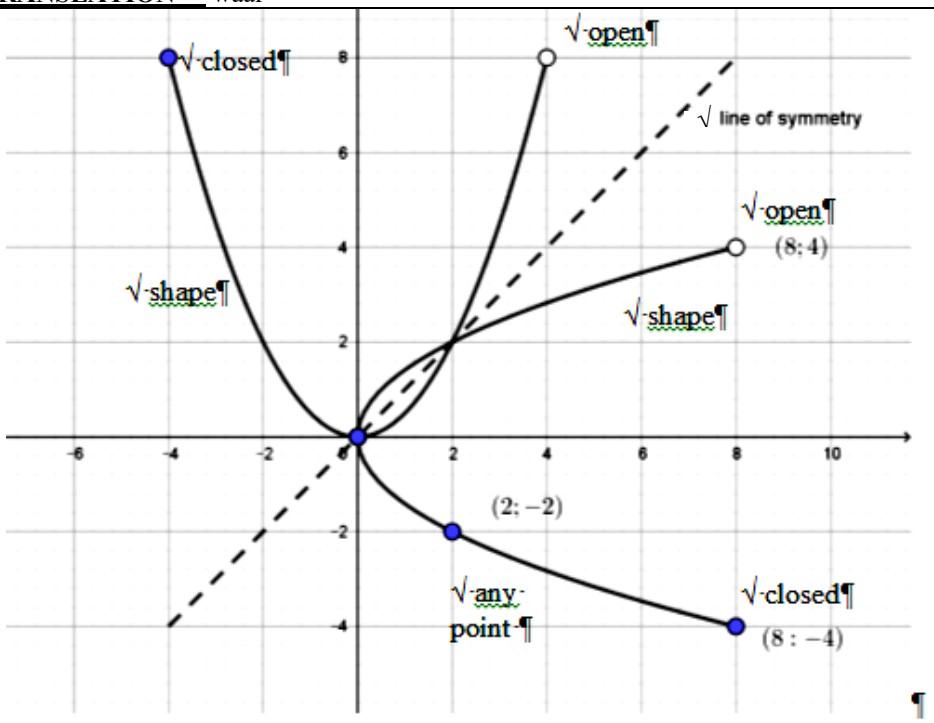
## VRAAG 1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1.1 | 1.1.1 | B | | |
| | 1.1.2 | A | | |
| | 1.1.3 | C | | |
| | 1.1.4 | B | | |
| | 1.1.5 | C | | |
| | | (5 × 1) | | (5) |
| | | | | |
| 1.2 | $13\ cis\ (-22{,}62^0) + (5 - 12i)$<br>$= 12 - 5i + 5 - 12i$✓<br>$= 17\sqrt{} - 17i\sqrt{}$ | 1 omdat dit na reghoekig verander is (A)<br>½ vir 17 en ½ vir $-17i$ (KA) | | (2) |
| | | | | |
| 1.3 | $\frac{1+i}{1-i}\times\frac{1+i}{1+i}\sqrt{} + \frac{1}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}\sqrt{}$<br>$= \frac{2i}{2} + \frac{1-i}{2}$✓<br>$= \frac{i+1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$✓<br>**Alternatief:**<br>$\frac{(1+i)(1+i)+1(1-i)}{(1+i)(1-i)}$<br>$= \frac{1+2i+i^2+1-i}{2}$<br>$= \frac{1+i}{2}$<br>$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ | 1 vir die rasionalisering van 2 noemers (A)<br>1 vir vereenvoudiging (A)<br>1 vir die antwoord (KA)<br>1 vir KGN en optelling<br>1 vir die korrekte ontwikkeling van die teller (KA)<br>1 vir die antwoord (KA) | | (3) |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.4 | $\frac{(4-3i)^2}{(5cis135^0)^3}$<br>$=\frac{(5cis-36,87^0)^2}{(5^3cis(3\times135^0)}$ ✓<br>$=\frac{25cis-73,74^0}{125cis405^0}$ ✓<br>$=\frac{25}{125}cis(-73,74^0-405^0)$ ✓<br>$=\frac{1}{5}\surd cis(-478,74^0)\surd=0,2cis(241,26^0)$<br>$=\frac{1}{5}\text{cis}(241,26^0)$ ✓ | $\frac{(4-3i)(4-3i)}{(5cis135^0)}$<br>$=\frac{16-24i+9i^2\surd}{5^3cis(3\times135^0)}$<br>$=\frac{7-24i\surd}{(125cis405^0)}$<br>$=\frac{25cis(-73,74^0)}{125cis405^0}$ ✓<br>$=\frac{25}{125}cis(-73,74^0-405^0)$ ✓<br>$=\frac{1}{5}\surd cis(-478,74^0)\surd$<br>$\frac{1}{5}\text{cis}241,26^0$ ✓ | Sit pool om✓ of vereenvoudig√ √<br>Pas De Moivre toe<br>Deling<br>Antwoord met negatiewe argument<br>Antwoord met positiewe argument | | (5) |
| | | | | | |
| 1.5 | $yi^5+3i+x^2i^4+yxi^2=-9i^3+14i^6$<br>$\therefore yi^{\surd}+x^2+3i^{\surd}-yx^{\surd}=-14^{\surd}+9i$<br>$\therefore yi+3i=9i\surd$<br>$\therefore y=6\surd$.....1<br>and $x^2-yx+14=0\surd$ .....2<br>from 1 : $y=6$<br>Substitute in ..2<br>*If* $y=6,\ x^2-6x+14=0$<br>$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$<br>$\therefore x=\frac{6\pm\sqrt{36-4(14)}}{2}$<br>$x=\frac{6\pm\sqrt{-20}}{2}\surd=\frac{6\pm4,472i}{2}$<br>$\therefore x=3+2,24i^{\surd}$ *or* $x=3-2,24i^{\surd}$<br>*OR* $x=3+\sqrt{5}i,\ x=3-\sqrt{5}i$<br>**<<TRANSLATION>>** en uit Substitueer in As of OF | Vereenvoudig $i^n$: ½ vir elke 2 korrek<br>½ vir vergelyking *i*<br>½ vir korrekte *y*-waarde<br>½ vir vergelyking 2<br>½ vir $x=\frac{6\pm\sqrt{-20}}{2}$<br>½ elk vir twee *x*-waardes | | | (5) |
| | | | | | **[20]** |

**VRAAG 2**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.1 | $2x^3-8x^2+4$<br>$x=2$<br>$2(2)^3-8(2)^2+4=-12$✓<br>Die res is –12.✓ | | 1 vir substituering $x = 2$ (A)<br>1 vir antwoord (KA) | | (2) |
| | | | | | |
| 2.2 | $2x^3-17x^2+ax+b\div(x-1)$<br>$\therefore 2(1)^3-17(1)^2+a(1)+b=-9$√<br>$\therefore -15+a+b=-9$<br>$\therefore a+b=6$ ...equation.... 1√<br>$2x^3-17x^2+ax+b\div(x-5)$<br>$\therefore 2(5)^3-17(5)^2+a(5)+b=15$√<br>$\therefore 5a+b=190$ equation...2√<br>Equation 1 – 2<br>$a+b-(5a+b)=-184$<br>$-4a=-184$<br>$\therefore a=46$✓<br>Substitute a in equation 1<br>$46+b=6$<br>$\therefore b=-40$✓<br>**<<TRANSLATION>>** vergelyking Substitueer a in vergelyking 1 | | ½ vir substituering $x = 1$ (A)<br>½ vir vergelyking 1 (KA)<br>½ vir substituering $x = 5$ (A)<br>½ vir vergelyking 2<br>1 vir *a*-waarde (KA)<br>1 vir *b*-waarde (KA) | | (4) |
| | | | | | |
| 2.3 | 2.3.1 | (a) Onwaar<br>(b) Onwaar<br>(c) Onwaar | | | |
| | | | (3 × 1) | | (3) |
| | | | | | |
| | 2.3.2 | Punte (–1; 4) en (3; –8)<br>$p=\text{m}=\frac{-8-4}{3+1}=-3$✓<br>$4=-3(-1)+c$<br>$q=c=1$✓<br>$y=-3x+1$<br>$x=-3y+1$√<br>$y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$√<br>$g^{-1}(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$<br>Sien die alternatief op die volgende bladsy. | 1 vir korrekte *p*-waarde (A)<br>1 vir korrekte *q*-waarde (A)<br>½ vir omgekeerde aangesien x = … (KA<br>½ vir antwoord (KA) | | (3) |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **Alternatief:**<br>$m=\frac{-8-4}{3+1}=-3$√<br>$\therefore y-4=-3(x+1)$<br>$\therefore y=-3x+1$√<br>$\therefore x=-3y+1$✓<br>$\therefore y=-\frac{x}{3}+\frac{1}{3}$✓ | *Ken weer regmerkies in reël toe, met verduideliking langsaan* | 1 vir korrekte *p*- of *m*-waarde (A)<br>1 vir korrekte *q*- of *c*-waarde (KA)<br>½ vir omgekeerde aangesien $x=\ldots$ (KA<br>½ vir antwoord (KA) | | |
| | 2.3.3 | $y=a^x$ $(2,9)$ lies on $f$<br>$9=a^2$<br>$\therefore a=3$✓<br>$y=3^x$ √<br>$f^{-1}: x=3^y$ √<br>**<<TRANSLATION>>** lê op | | 1 vir *a*-waarde (A)<br>½ vir vergelyking van $f$ (KA)<br>½ vir omgekeerde (KA) | | (2) |
| | 2.3.4 | $\{y: 0<y<\infty; y\in R\}$✓<br>or $y>0$ where $y\in R$<br>**<<TRANSLATION>>** of waar | | 1 punt vir korrekte antwoord (A) | | (1) |
| | 2.3.5 | $f(x)=g(x)$<br>at $(0;1)$✓<br>**<<TRANSLATION>>** by | | 1 punt vir korrekte antwoord (A) | | (1) |
| 2.4 | $h(x)=\frac{x^2}{2}$ ,where $x\in[-4;4)$<br>**<<TRANSLATION>>** waar | | | | | |
| |  | | | | | (4) |
| | | | | | | **[20]** |

## VRAAG 3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3.1 | $f(x)=-2x^3$<br>$f(x+h)=-2(x+h)^3$<br>$=-2\left(x^3+3x^2h+3x\,h^3+h^3\right)$<br>$=-2x^3-6x^2h-6x\,h^2-2\,h^3$<br>$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$<br>$=\lim_{h\to 0}\frac{-2x^3-6x^2h-6x\,h^2-2\,h^3-\left(-2x^3\right)}{h}\surd$<br>$=\lim_{h\to 0}\frac{-2x^3-6x^2h-6x\,h^2-2\,h^3+2x^3}{h}\surd$<br>$=\lim_{h\to 0}\frac{-6x^2h-6x\,h^2-2\,h^3\surd}{h}$<br>$=\lim_{h\to 0}\frac{h\left(-6x^2-6x\,h\,-2h^2\right)}{h}$<br>$=\lim_{h\to 0}\,-6x^2-6x\,h\,-2h^2\;\surd$<br>$=-6x^2\checkmark$ | Toon AL die stappe. Geen stappe, geen punte nie<br>Substitusie√<br>**Verander** $3xh^3$ to $3xh^2$<br>Ontwikkeling√<br>Vereenvoudiging van teller√<br>Korrekte vereenvoudiging deur deur $h$ te deel√<br>Korrekte antwoord✓ | | | (3) |
| | | | | | |
| 3.2 | 3.2.1 | $y=6x^2(3x)+e^{4x}+\frac{4}{x}+2^3$<br>$y=18x^3+e^{4x}+\frac{4}{x}+2^3$<br>$\frac{dy}{dx}=54x^2\surd+4e^{4x}\surd-\surd\frac{4}{x^2}\checkmark+0\surd$ | Ken punte toe soos aangedui is (A) | | (3) |
| | 3.2.2 | $y=2\ln 3x-3e^{5x}-\frac{3x^{-\frac{1}{2}}}{5}+2x^{\frac{3}{2}}$<br>$\therefore\frac{dy}{dx}=\frac{6}{3x}-15e^{5x}+\frac{3}{10}x^{-\frac{3}{2}}\surd+3x^{\frac{1}{2}}\surd$<br>$\therefore\frac{dy}{dx}=\frac{2}{x}\surd-15e^{5x}\surd+\frac{3}{10\sqrt{x^3}}\surd+3\sqrt{x}\surd$ | Twee ½ punte in stap 2 moet vir omsettings in stap 1 toegeken word<br>½ per term, soos in stap 3 aangedui is (A)<br>**LET WEL:** $\frac{3}{10\sqrt{x^3}}$ kan as $\frac{3}{10x\sqrt{x}}$ geskryf word. | | (3) |
| | 3.2.3 | $y=\frac{x^3+3}{\sin x}$<br>$\frac{dy}{dx}=\frac{vu'-uv'}{v^2}\surd$<br>$\frac{dy}{dx}=\frac{\sin x(3x^2)\checkmark-(x^3+3)\cos x\checkmark}{(\sin x)^2\surd}$ | ½ vir gebruik van kwosiëntreël (A)<br>1 vir eerste term (A)<br>1 vir tweede term (A)<br>½ vir $v^2$ (A) | | (3) |
| | | | | | **[12]** |

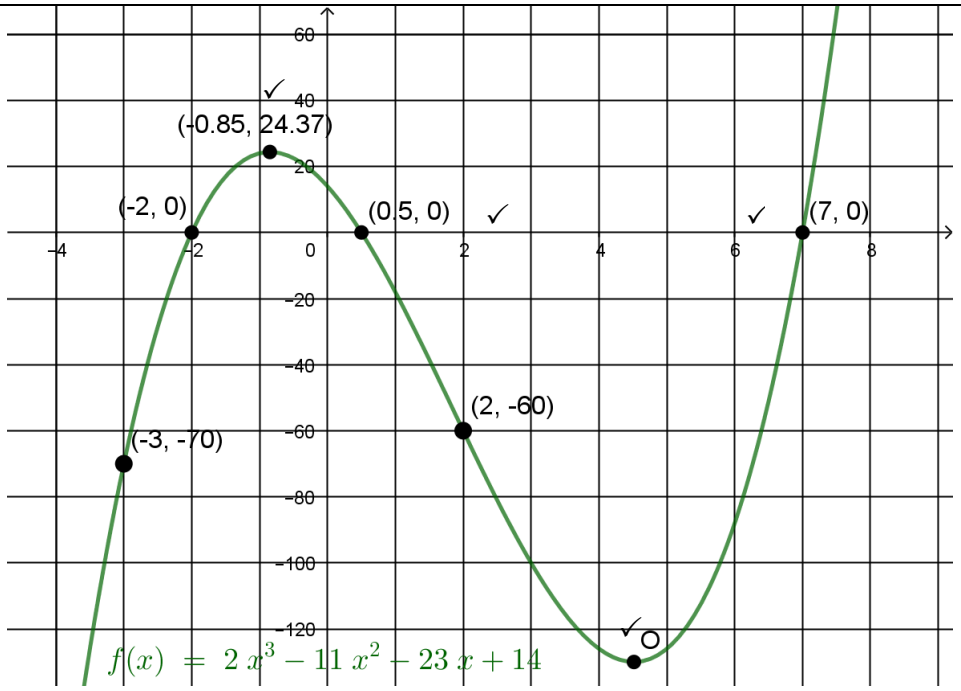
## VRAAG 4

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4.1 | 4.1.1 | $\int ydx = \frac{1}{3}x^2\sqrt{} - \cos x\sqrt{} + 4\ln x\sqrt{} + 2x\sqrt{} + c$ | –½ as $c$ nie ingesluit is nie | | (2) |
| | | | | | |
| | 4.1.2 | $\int (4x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}} + 4e^{2x} + 9\cos 3x)dx$<br>$\int (4x^2 - 3x^{-\frac{1}{2}}\sqrt{} + 4e^{2x} + 9\cos 3x)dx$<br>$= \frac{4x^3}{3} - 3\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{} + \frac{4e^{2x}}{2} + \frac{9\sin 3x}{3} + c$<br>$= \frac{4}{3}x^3\checkmark - 6\sqrt{x}\checkmark + 2e^{2x}\sqrt{} + 3\sqrt{}\sin 3x\sqrt{} + c\sqrt{}$ | Ken volgens regmerkies toe (A) | | (5) |
| | | | | | |
| 4.2 | $\int_{-1}^{2}(4)dx$<br>$= 4x\Big\|_{-1}^{2}\checkmark$<br>$= 8 + 4 = 12\checkmark$ | | 1 vir integraal (A)<br>1 vir antwoord (KA) | | (2) |
| | | | | | |
| 4.3 | 4.3.1 | $A = \int_a^b -ydx\checkmark$<br>$A = \int_{-70°}^{70°}(\sec^2 x)\,dx$<br>$A = \tan x\Big\|_{-70}^{70}\checkmark$<br>$A = \tan 70^0 - \tan(-70^0)$<br>$A = 2,747 - (-2,747)$<br>$A = 5,49\checkmark$ | 1 vir $-y$ (wat om die $x$-as reflekteer) (A)<br>1 vir integraal (A)<br>1 vir antwoord (KA) | | (3) |
| | | | | | |
| | 4.3.2 | Total area $= 4 \times 5,49 = 21,96 \approx 22\checkmark$<br><<**TRANSLATION**>> Totale oppervlakte | Ken punte toe soos aangedui is. | | (1) |
| | | | | | **[13]** |

## VRAAG 5

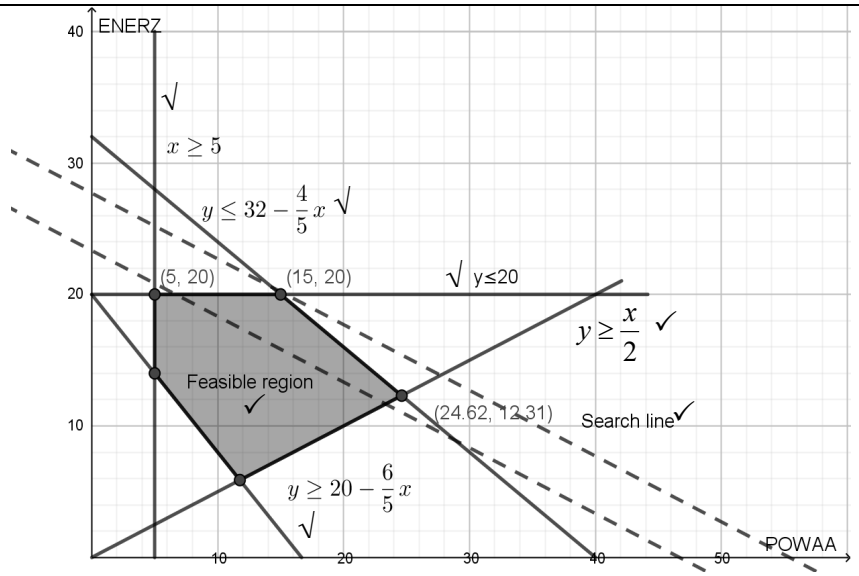
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5.1 | $s = 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6$ | | | | |
| | | | | | |
| | 5.1.1 | $(4;-50)\ s = 2(4)^3 - 13(4)^2 + 5(4) + 6 = -54 \neq -50$<br>He will not hit the trout<br>$(2;-20)\ s = 2(2)^3 - 13(2)^2 + 5(2) + 6 = -20$✓<br>He will hit the carp✓<br>**<<TRANSLATION>>** Hy sal nie teen die forel stamp nie.<br>Hy sal teen die karper stamp. | 1 vir berekening (A)<br>1 vir gevolgtrekking (A) | | (2) |
| | | | | | |
| | 5.1.2 | $t = 1$<br>$f(t) = 2(1)^3 - 13(1)^2 + 5(1) + 6 = 0 \therefore t - 1$ *is a factor*✓<br>$\therefore 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6 = (t-1)(at^2 + bt + c)$<br>$\therefore 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6 = at^3 - at^2 + bt^2 + ct - bt - c$<br>Inspection :<br>$t^3$.....: $2t^3 = at^3 \ \therefore a = 2$<br>constant :$6 = -c \quad \therefore c = -6$<br>$t^2$.....: $-13 = -a + b$ but $a = 2$<br>$\therefore -13 = -2 + b \therefore b = -11$<br>$\therefore 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6 = (t-1)(2t^2 - 11t - 6)$✓<br>$\therefore 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6 = (t-1)(2t+1)(t-6)$✓<br>$B = 1$✓ $C = 6$✓<br>**<<TRANSLATION>>** Inspeksie konstante<br><br>**Alternatief:**<br>Gebruik die faktor $(t - 1)$ hier bo:<br><br>$2t^2 - 11t - 6$ ✓<br>$t-1 \overline{)\ 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6}$<br>$2t^3 - 2t^2$<br>$-11t^2 + 5t$<br>$11t^2 + 11t$<br>$-6t + 6$<br>$-6t + 6$<br>$0$<br>$\therefore 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6 = (t-1)(2t^2 - 11t - 6)$✓<br>$\therefore 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6 = (t-1)(2t+1)(t-6)$✓<br>$\therefore B = 1$✓ *and* $C = 6$✓<br><br>**Alternatief:**<br>Deling slegs met behulp van koëffisiënte | 1 vir die eerste faktor (A)<br><br>1 vir die kwadratiese faktor (A)<br>1 vir kwadratiese faktorisering (A)<br>1 vir B en 1 vir C (KA)<br><br>1 vir $t - 1$<br><br>1 vir die kwadratiese faktor (A)<br>1 vir kwadratiese faktorisering (A)<br>1 vir B en 1 vir C (KA) | | (5) |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 5.1.3 | 5 sekondes✓ | 1 vir antwoord (KA) | | (1) |
| | 5.1.4 | $s = 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6$<br>$\frac{ds}{dt} = 6t^2 - 26t + 5\surd$<br>$\frac{d^2s}{dt^2} = 12t - 26\surd = 0$<br>$t = \frac{26}{12} = \frac{13}{6} \approx 2{,}17\sec\surd$<br>$s = 2\left(\frac{13}{6}\right)^3 - 13\left(\frac{13}{6}\right)^2 + 5\left(\frac{13}{6}\right) + 6$<br>$s \approx -23{,}97\surd$<br>Die buigpunt is $\left(\frac{13}{6}; -23{,}97\right)$ | ½ vir eerste afgeleide<br>½ vir tweede afgeleide<br>½ vir *t*-waarde<br>½ vir *s*-waarde | | (2) |
| | 5.1.5 | $s = 2t^3 - 13t^2 + 5t + 6$<br>$\frac{ds}{dt} = 6t^2 - 26t + 5 = 0$✓<br>$t = \frac{26 \pm \sqrt{(-26)^2 - 4(6)(5)}}{12}$<br>$t = 2{,}17 \pm 1{,}96$<br>$t = 0{,}2\surd$ *or* $t = 4{,}1\surd$<br>$s = 2(4{,}13)^3 - 13(4{,}13)^2 + 5(4{,}13) + 6$<br>$s = -54{,}2m$✓<br>Diepte = 54,2 m | 1 vir afgeleide = 0 (A)<br>½ elk vir *t*-waardes (KA)<br>1 vir diepte (KA) | | (3) |
| | | | | | |
| 5.2 | 5.2.1 | $f(x) = 0$<br>$\therefore (x+2)(x-7)(2x-1) = 0$<br>$x = -2,\ x = 7\ x = \frac{1}{2}$<br>$\therefore A = -2\ B = \frac{1}{2}$ and $C = 7$✓<br>**<<TRANSLATION>>** en | 1 punt vir al DRIE; ½ vir TWEE (A) | | (1) |
| | | | | | |
| | 5.2.2 | $f(x) = 2x^3 - 11x^2 - 23x + 14$<br>$f'(x) = 6x^2 - 22x - 23\surd$<br>$f''(x) = 12x - 22\surd$<br>$At\ x = -0{,}85:\ f''(-0{,}85) = 12(-0{,}85) - 22 < 0$<br>$\Rightarrow$ maximum TP✓<br>$At\ x = 4{,}52\quad f''(4{,}52) = 12(4{,}52) - 22 > 0$<br>$\Rightarrow$ minimum TP✓<br>**<<TRANSLATION>>** maksimum DP | ½ vir eerste afgeleide (A)<br>½ vir tweede afgeleide (KA)<br>1 vir maks (KA)<br>1 vir min (KA) | | (3) |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 5.2.3 | <br>1 punt elk vir die TWEE draaipunte<br>½ elk vir die DRIE *x*-afsnitte. *Voeg√ by die x-afsnitte by. Verwyder twee✓ op die x-as.*<br>½ vir vorm | | | (4) |
| | | | | | **[21]** |

**VRAAG 6**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6.1 | 6.1.1 | $y = \frac{60}{40}x$ or $y = \frac{3}{2}x$ ✓<br><<**TRANSLATION**>> of | 1 vir antwoord (A) | | (1) |
| | | | | | |
| | 6.1.2 | $x + y < 100$ ✓, $y \geq 40$ ,√ $y \leq f(x)$ √ | Trek ½ punt af vir $x \geq 10$. | | (2) |
| | | | | | |
| 6.2 | 6.2.1 | $300x + 250y \geq 5000$✓<br>$200x + 250y \leq 8000$✓<br>$x \leq 2y$ √<br>$\therefore y \geq \frac{x}{2}$ √<br>$x \geq 5$ √<br>$y \leq 20$ √ | Ken punte volgens die regmerkies toe. | | (4) |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 6.2.2 | (a) | <br><<TRANSLATION>> Uitvoerbaarheidsgebied Soeklyn<br>(½ vir elk van die vaste lyne, buiten $y = \frac{x}{2}$, wat 1 punt verdien) | | (3) |
| | | | | | |
| | | (b) | Sien grafiek. | | (1) |
| | | | | | |
| | | (c) | $P = 8x + 16y$✓ | | (1) |
| | | | | | |
| | | (d) | Sien grafiek. | | (1) |
| | | | | | |
| | | (e) | Maks wins by (15;20)<br>$P = 8x + 16y$<br>$P = 8(15) + 16(20) = 440$ | | (1) |
| | | | | | **[14]** |

**TOTAAL: 100**

Kopiereg voorbehou