higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIENRIGLYN

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N3

22 November 2024

Hierdie nasienriglyn bestaan uit 12 bladsye.

NASIENINSTRUKSIES	
SIMBOOL	**VERDUIDELIKING VAN SIMBOOL**
A	Akkuraatheid
M	Metode
CA	Konsekwente akkuraatheid (opvolg)
B/D	
S	Verklaring
R	Rede
S/R	Verklaring en rede
F	Die keuse van die korrekte formule
SF	Vervanging in korrekte formule

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

			NASIENINSTRUKSIES	
1.1	$(3x^2+7x)^2-4(3x^2+7x)-12$ ✓ ✓ $=(3x^2+7x-6)(3x^2+7x+2)$ ✓ ✓ $=(3x-2)(x+3)(3x+1)(x+2)$ ✓ ✓	**ALTERNATIEWE OPLOSSING** $(3x^2+7x)^2-4(3x^2+7x)-12$ Laat $a=3x^2+7x$ $Dan\ a^2-4a-12$ $=(a-6)(a+2)$ ✓ ✓ $=(3x^2+7x-6)(3x^2+7x+2)$ ✓ ✓ $=(3x-2)(x+3)(3x+1)(x+2)$ ✓ ✓	1M vir elke korrekte faktor 1 M vir elke korrekte faktor wanneer die produk volledig gefaktoriseer word.	(6)
1.2	$f(x)=x^3-2x^2-5x+6$ $\therefore f(1)=(1)^3-2(1)^2-5(1)+6$ $=1-2-5+6$ $=0$ ✓ Daarom is $x-1$ 'n faktor van $f(x)$ ✓ x^2-x-6 ✓ $x-1\ \overline{)\ x^3-2x^2-5x+6}$ x^3-x^2 $-x^2-5x$ $-x^2+x$ ✓ $-6x+6$ $-6x+6$ $f(x)=(x-1)(x^2-x-6)$ ✓ ✓ $=(x-1)(x-3)(x+2)$ Sintetiese deling kan ook gebruik word in plaas van lang deling $1\ \vert\ 1\ -2\ -5\ \ 6$ $_\ \vert\ 0\ \ 1\ \ -1\ \ -6$ ✓ ✓ ✓ $1\ \ -1\ -6\ \ 0$	**ALTERNATIEWE OPLOSSING** $f(x)=x^3-2x^2-5x+6$ $\therefore f(3)=(1)^3-2(1)^2-5(1)+6$ $=1-2-5+6$ $=0$ ✓ Daarom is $x-3$ 'n faktor van $f(x)$ ✓ x^2+x-2 ✓ $x-3\ \overline{)\ x^3-2x^2-5x+6}$ x^3-3x^2 x^2-5x x^2-3x ✓ $-2x+6$ $-2x+6$ $f(x)=(x-3)(x^2+x-2)$ ✓ ✓ ✓ $=(x-3)(x+2)(x-1)$	1 punt vir die gebruik van die Restantstelling om die eerste faktor te vind. 1 punt vir eerste faktor 2 punte vir die korrekte gebruik van langdeling, sintetiese deling, of probeer en fout -1 M vir dividend en 1 M vir metode. 2 punte vir die akkurate faktorisering van die dividend	(6)

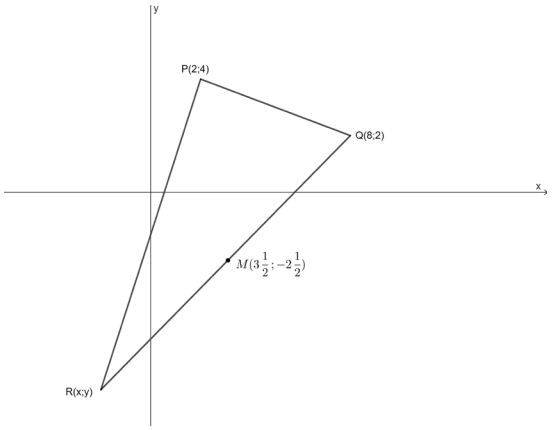
Kopiereg voorbehou

			NASIENINSTRUKSIES	
1.3	$2x^2 - 3x = 5$ $\therefore x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{5}{2}$ ✓ $\therefore x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = \frac{9}{16} + \frac{5}{2}$ ✓ $\therefore \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9+40}{16}$ ✓ $\therefore \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$ $\therefore x - \frac{3}{4} = \pm\frac{7}{4}$ ✓ $\therefore x = +\frac{3}{4} + \frac{7}{4}$ of $x = +\frac{3}{4} - \frac{7}{4}$ $\therefore x = \frac{10}{4}$ of $x = -\frac{4}{4}$ $\therefore x = \frac{5}{2}$ of $x = -1$ ✓		1M deel beide kante deur koëffisiënt van x^2 1M vir byvoeging $(½ \times koëffisiënt \text{ van } x)^2$ aan beide kante van die vergelyking 1 M vir die skryf van die LK as 'n perfekte vierkantige drieterm 1 M vir die bepaling van die vierkantswortel van beide kante van die vergelyking 1M vir elke korrekte x-waarde	(6)
				[18]
VRAAG 2				
2.1	$\frac{x^{\frac{1}{2}} - 64x^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - 16 + 64x^{-\frac{1}{2}}}$ $= \frac{x^{\frac{1}{2}} - \frac{64}{x^{\frac{1}{2}}}}{x^{\frac{1}{2}} - 16 + \frac{64}{x^{\frac{1}{2}}}}$ ✓ $= \frac{x - 64}{x - 16x^{\frac{1}{2}} + 64}$ ✓ $= \frac{(x^{\frac{1}{2}} - 8)(x^{\frac{1}{2}} + 8)}{(x^{\frac{1}{2}} - 8)(x^{\frac{1}{2}} - 8)}$ ✓ ✓ $= \frac{x^{\frac{1}{2}} + 8}{x^{\frac{1}{2}} - 8}$ ✓	**ALTERNATIEWE OPLOSSING** $\frac{x^{\frac{1}{2}} - 64x^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - 16 + 64x^{-\frac{1}{2}}}$ $= \frac{\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^2 - \left(8x^{-\frac{1}{4}}\right)^2}{\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^2 - 16 + \left(8x^{-\frac{1}{4}}\right)^2}$ ✓ ✓ $= \frac{\left(x^{\frac{1}{4}} - 8x^{-\frac{1}{4}}\right)\left(x^{\frac{1}{4}} + 8x^{-\frac{1}{4}}\right)}{\left(x^{\frac{1}{4}} - 8x^{-\frac{1}{4}}\right)\left(x^{\frac{1}{4}} - 8x^{-\frac{1}{4}}\right)}$ ✓ ✓ $= \frac{x^{\frac{1}{4}} + 8x^{-\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{4}} - 8x^{-\frac{1}{4}}}$ ✓	2 M vir vereenvoudiging 2 M vir die faktorisering van alle tellers en noemers 1M vir antwoord	(5)

			NASIENINSTRUKSIES	
2.2	$log_{\frac{1}{2}}(3-x) = log_2\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2$ $log_{\frac{1}{2}}(3-x) = \frac{log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x^2}\right)}{\log_{\frac{1}{2}} 2} + 2$ ✓ $log_{\frac{1}{2}}(3-x) = \frac{log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x^2}\right)}{-1} + 2$ $log_{\frac{1}{2}}(3-x) = -log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2$ ✓ $log_{\frac{1}{2}}(3-x) + log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x^2}\right) = 2$ ✓ $log_{\frac{1}{2}}\frac{(3-x)}{x^2} = +2$ ✓ $\frac{(3-x)}{x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ✓ $12 - 4x = x^2$ $x^2 + 4x - 12 = 0$ ✓ $(x+6)(x-2) = 0$ $x \neq -6$ of $x = 2$ ✓	**ALTERNATIEWE OPLOSSING** $log_{\frac{1}{2}}(3-x) = log_2\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2$ $\frac{log_2(3-x)}{\log_2\left(\frac{1}{2}\right)} = log_2\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2$ ✓ $\frac{log_2(3-x)}{\log_2 2^{-1}} = log_2\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2$ $-log_2(3-x) = log_2\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2$ ✓ $-log_2(3-x) - log_2(x^{-2}) = 2$ $-log_2(3-x) + log_2 x^2 = 2$ ✓ $log_2\frac{x^2}{(3-x)} = +2$ ✓ $2^2 = \frac{x^2}{(3-x)}$ $4 = \frac{x^2}{(3-x)}$ ✓ $12 - 4x = x^2$ $x^2 + 4x - 12 = 0$ ✓ $(x+6)(x-2) = 0$ ✓ $x \neq -6$ of $x = 2$ ✓	1M -skryf die logs na die basis ½ of 2 deur die log-wet te gebruik [$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$] 1M vereenvoudig 1M -transponeer log-term na LK 1M-skryf die LK as enkel logaritme 1M -herskryf in eksponensiële vorm 1 M -skryf in algemene vorm 1M-geldige wortel 1M-ongeldige wortel	(8)
				[13]

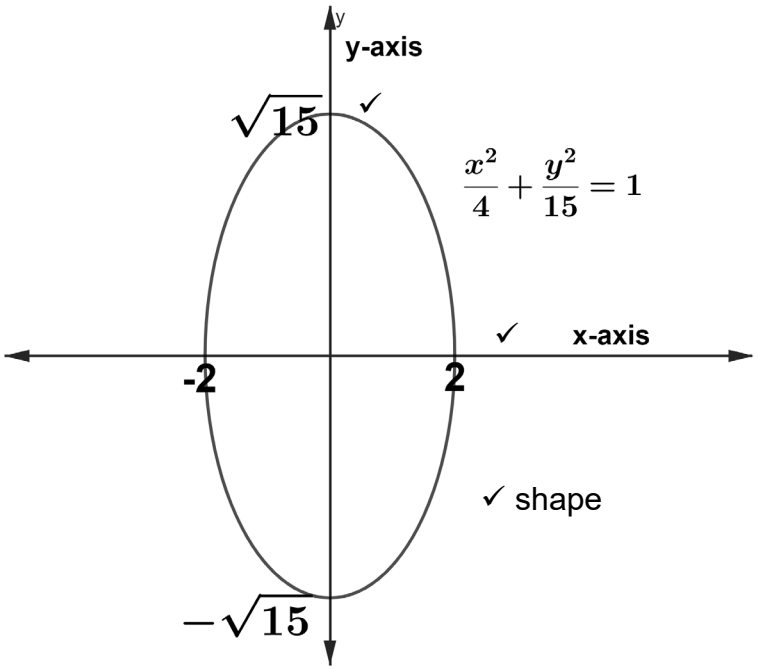
VRAAG 3

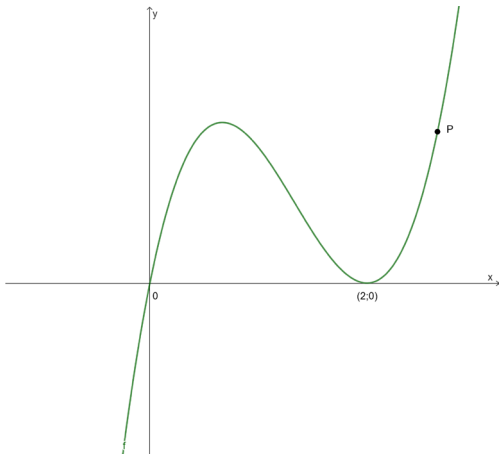
			NASIENINSTRUKSIES	
3.1	$A = De^{rt}$ $\frac{A}{D} = e^{r\,t}$ ✓ $ln\frac{A}{D} = ln\,e^{r\,t}$ ✓ $ln\frac{A}{D} = rt\,ln\,e$ $ln\frac{A}{D} = rt$ ✓ $\frac{ln\frac{A}{D}}{r} = t$ ✓ $of \quad \frac{ln\,A - ln\,D}{r} = t$	**ALTERNATIEWE OPLOSSING** $A = De^{r\,t}$ $\frac{A}{D} = e^{r\,t}$ ✓ $log\frac{A}{D} = log\,e^{r\,t}$ ✓ $log\frac{A}{D} = rt\,log\,e$ ✓ $\frac{log\frac{A}{D}}{r\,log\,e} = t$ ✓ $of \quad \frac{log\,A - log\,D}{r\,log\,e} = t$	1M -deel beide kante deur D 1M skryf die logaritme ln aan beide kante 1M vereenvoudiging 1M finale antwoord	(4)
3.2	Laat die getal x wees. $\therefore 3x^2 + 7x = 20$ ✓ $\therefore 3x^2 + 7x - 20 = 0$ $\therefore (3x - 5)(x + 4) = 0$ ✓ $\therefore 3x = 5 \quad or \quad x = -4$ $\therefore x = \frac{5}{3}$ of $x = -4$ ✓ ✓		1M -stel 'n vergelyking op 1M - Los die vergelyking op 1M vir elke korrekte wortel	(4)
3.3	$\frac{3}{x-1} - \frac{1}{x^2-4x+3} - \frac{1}{1-x} = 1$ $\therefore \frac{3}{x-1} - \frac{1}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{x-1} = 1$ ✓ ✓ $\therefore 3(x-3) - 1 + (x-3) = (x-3)(x-1)$ √ √ √ √ $\therefore 3x - 9 - 1 + x - 3 = x^2 - 4x + 3$ $\therefore x^2 - 8x + 16 = 0$ ✓ $\therefore (x-4)(x-4) = 0$ $\therefore x = 4 \; or \; x = 4$ √		2M -faktorisering van 2de en 3de breuk ½ M vir die vermenigvuldiging van elke term met die KGV 1M skryf dit in algemene vorm 1M vir skryfoplossing	(6)
				[14]

VRAAG 4			
		NASIENINSTRUKSIES	
			
4.1	$M_{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $= \frac{4-2}{2-8}$ ✓ $= \frac{2}{-6}$ ✓ $= -\frac{1}{3}$ $\theta = tan^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) = 180° - 18{,}43°$ ✓ $\theta = 161{,}6°$ ✓	1M SF (vervang in die korrekte formule) 1M antwoord 1M CA (opvolg vanaf gradiënt) 1M antwoord	(4)
4.2	$x = \frac{x_1+x_2}{2}$ $y = \frac{y_1+y_2}{2}$ $\frac{7}{2} = \frac{8+x}{2}$ ✓ $-\frac{5}{2} = \frac{2+y}{2}$ ✓ $x = -1$ ✓ $y = -7$ ✓ $\therefore$ Die koördinate van $R = (-1;-7)$	1M vir x en een punt vir y, vervang in die korrekte formule 1 M elk vir antwoorde	(4)
4.3	$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $PQ = \sqrt{(8-2)^2 + (2-4)^2}$ ✓ $= \sqrt{36+4}$ $= \sqrt{40} = 6{,}325$ of $2\sqrt{5}$ ✓	1M SF 1 M vir antwoord	(2)

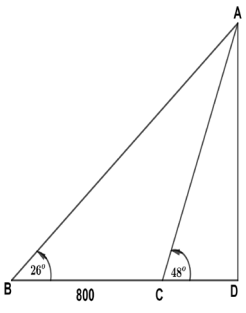
			NASIENINSTRUKSIES	
4.4	$y - y_1 = m(x - x_1)$ Maar $M_{PQ} \times M = -1$ (lyne $\perp$) $\therefore -\frac{1}{3} \times M = -1$ $\therefore M = 3$ ✓ Middelpunt van PQ: $(x; y)$ $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ $= \left(\frac{8+2}{2}; \frac{2+4}{2}\right)$ ✓ ✓ $= (5; 3)$ $\therefore y - 3 = 3(x - 5)$ $y - 3 = 3x - 15$ ✓ $0 = 3x - y - 12$of $y = 3x - 12$ ✓	**ALTERNATIEWE OPLOSSING** $y = mx + c$ Maar $M_{PQ} \times M = -1$ (lyne $\perp$) $\therefore -\frac{1}{3} \times M = -1$ $\therefore M = 3$ ✓ Middelpunt van PQ: $(x; y)$ $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ $= \left(\frac{8+2}{2}; \frac{2+4}{2}\right)$ ✓ ✓ $= (5; 3)$ $\therefore y = 3x + c$ $\therefore 3 = 3(5) + c$ $\therefore 3 = 15 + c$of ✓ $\therefore c = -12$ $\therefore y = 3x - 12$ ✓	1M CA (opvolg vanaf gradiënt in 4.1) 2M vir middelpunt (x;y) 1M SF 1M oplossing	(5)
4.5	$MN \parallel PQ$ $\therefore M_{MN} = M_{PQ}$ $\therefore M_{MN} = -\frac{1}{3}$ ✓ $\therefore y - y_1 = m(x - x_1)$ $\therefore y + \frac{5}{2} = -\frac{1}{3}\left(x - \frac{7}{2}\right)$ ✓ $\therefore y + \frac{5}{2} = -\frac{x}{3} + \frac{7}{6}$ $\therefore 6y + 15 = -2x + 7$ ✓ $\therefore 2x + 6y + 8 = 0$ *or* $\therefore x + 3y + 4 = 0$✓	**ALTERNATIEWE OPLOSSING** $MN \parallel PQ$ $\therefore M_{MN} = M_{PQ}$ $\therefore M_{MN} = -\frac{1}{3}$ ✓ $\therefore y = mx + c$ $\therefore y = -\frac{1}{3}x + c$ $\therefore -\frac{5}{2} = -\frac{1}{3} \times \frac{7}{2} + c$ ✓ $\therefore -15 = -7 + 6c$ $\therefore -8 = 6c$ $\therefore c = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$ $\therefore y = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$ ✓ $\therefore 3y = -x - 4$ $\therefore x + 3y + 4 = 0$ ✓	1M CA vanaf 4.1 1M SF 1M vereenvoudig 1M skryf dit in algemene vorm	(4)
				[19]

VRAAG 5

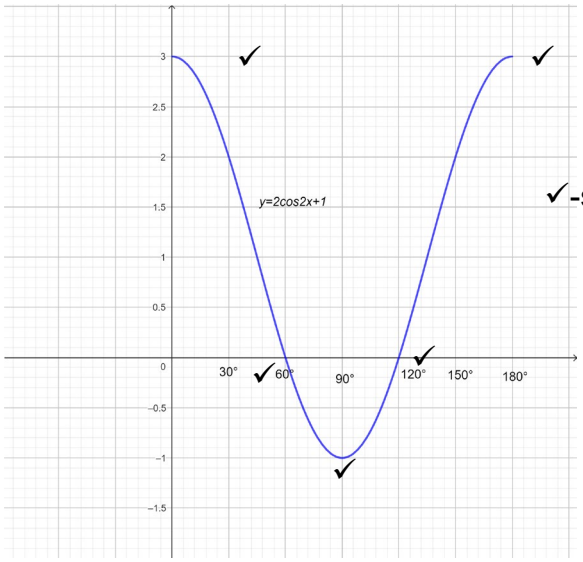
		NASIENINSTRUKSIES	
5.1	$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{15}=1$  	1 M: x -afsnit by $(2;0),(-2;0)$ 1M: y-afsnit by $(0;\sqrt{15})$; $(0;-\sqrt{15})$ 1 M vir vorm	(3)
5.2	$y=\frac{\sqrt{x}}{2}+\frac{2}{\sqrt[4]{x}}$ $y=\frac{x^{\frac{1}{2}}}{2}+\frac{2}{x^{\frac{1}{4}}}$ $=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}+2x^{-\frac{1}{4}}$ $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+2\times\left(-\frac{1}{4}\right)x^{-\frac{5}{4}}$ $=\frac{1}{4x^{\frac{1}{2}}}-\frac{1}{2x^{\frac{5}{4}}}$ $=\frac{1}{4\sqrt{x}}-\frac{1}{2\sqrt[4]{x^5}}$	½ punt vir elke term, die radikale omskakeling na breukvorm (die voorbereidingstap) 1 punt om elke term te onderskei deur die magsreël te gebruik Trek 1 punt af as die afgeleide notasie verkeerd geplaas is of ontbreek ½ punt vir elke korrekte afgeleide in radikale vorm	(4)

			NASIENINSTRUKSIES	
5.3				
	5.3.1	$f(x) = x(x-2)(x-2)$ ✓ $f(x) = x(x^2 - 4x + 4)$ $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ ✓ Van $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$ volg dit dat $b = -4$ en $c = 4$ ✓	1M SF 1M vereenvoudig 1 punt vir die korrekte aflees van die waardes van **b** en **c** .	(3)
	5.3.2	$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ $\therefore f'(x) = 3x^2 - 8x + 4$ $\therefore 0 = 3x^2 - 8x + 4$ ✓ ✓ $\therefore 3x^2 - 8x - 16 = 0$ $\therefore (3x+4)(x-4) = 0$ ✓ $\therefore 3x = -4$ of $x = 4$ $\therefore x \neq -\frac{4}{3}$ $x = 4$ ✓ *As* $x = 4$ dan $f(4) = (4)^3 - 4(4)^2 + 4(4)$ $= 64 - 64 + 16$ $= 16$ ✓ Die koördinate van P is $(4; 16)$	1M vir afgeleide en 1 punt vir gradiënt 1M faktorisering 1M vir geldige x 1M vir y	(5)
				[15]

VRAAG 6

				NASIENINSTRUKSIES	
6.1	$sin^4x - cos^4x = 1 - 2cos^2x$ LK = $sin^4x - cos^4x$ $= (sin^2x + cos^2x)(sin^2x - cos^2x)$ ✓ $=1 \times (sin^2x - cos^2x)$ ✓ $= 1 - cos^2x - cos^2x$ ✓ $= 1 - 2cos^2x$ ✓ $=$ RK			1M faktorisering 1M vir die toepassing van die vierkantige identiteite 2M vereenvoudiging	(4)
6.2	$5\sin\theta = 8\cos\theta$ $\therefore \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{8}{5}$ ✓ $\therefore \tan\theta = 1{,}6$ ✓ $\theta = 57{,}995°$ or $\theta = 180° + 57{,}995°$ $\theta = 57{,}995°$ of $\theta = 237{,}995°$ ✓ ✓			1M kruis vermenigvuldig 1M omskakel na een verhouding 2M vir korrekte hoeke	(4)
6.3					
	6.3.1	In △ ABC: $B\hat{A}C = 48^o - 26^o = 22^o$ ✓ $\therefore \frac{AC}{\sin 26^o} = \frac{800}{\sin 22^o}$ ✓ $\therefore AC = \frac{800 \sin 26^o}{\sin 22^o}$ $\therefore AC = 936{,}174$ ✓ In ΔACD: $\frac{AD}{AC} = sin\ 48^o$ ✓ $AD = 936{,}174 \times sin\ 48^o$ $= 695{,}713m$ ✓		1M SF 1 punt vir die berekening van hoek ∠BAC óf in die formule óf in die aanvanklike stappe. 1M waarde van A 1M SF 1M waarde van AD	(5)

				NASIENINSTRUKSIES	
	6.3.2	InΔ ACD: $\frac{\text{CD}}{\text{AD}} = \cot 48^{\text{o}}$ $\text{CD} = 695{,}713 \times \cot 48^{\text{o}}$ ✓ $= 626{,}423m$ ✓ **ALTERNATIEWE OPLOSSING 2** In ΔABD $\tan 26^{\text{o}} = \frac{\text{AD}}{\text{BD}}$ $\therefore tan\, 26^{o} = \frac{695{,}713}{BD}$ $\therefore BD = \frac{695{,}713}{tan\, 26^{o}}$ $\therefore BD = 1426{,}423$ ✓ $\therefore CD = 1426{,}423 - 800$ $= 626{,}423m$ ✓	**ALTERNATIEWE OPLOSSING 1** $\frac{\text{CD}}{\text{AC}} = \cos 48^{\text{o}}$ $\therefore \text{CD} = 936{,}174 \times \cos 48^{\text{o}}$ ✓ $= 626{,}423m$ ✓	1 M SF 1M antwoord	(2)

6.4	$y = 2cos2x + 1$  	2 punte vir x-afsnitte (60º;0) en (120º;0) 1 punt vir y-afsnit (0º;3) 2 punte vir draaipunte (90º ; -1) en (180º;3) Die ander draaipunt word reeds onder die y-afsnit beskryf (moenie dit weer tel nie) 1M vorm- Die grafiek word oor die interval 0º en 180º geteken Die grafiek het 'n minimum TP by (90º ;- 1) en maksimum TP's by (0º;3) en (180º;3) en x-afsnitte by (60º;0) en (120º; 0)	(6)
			[21]
		TOTAAL:	**100**

Kopiereg voorbehou