higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

WISKUNDE
NKR-VLAK 4
(Eerste vraestel)

(10501064)

9 November 2023 (X-vraestel)
09:00–12:00

Nieprogrammeerbare wetenskaplike sakrekenaars mag gebruik word.

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 2 antwoordblaaie en 'n formuleblad van 2 bladsye.

Kopiereg voorbehou

DEPARTEMENT VAN HOËR ONDERWYS EN OPLEIDING
REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)
WISKUNDE
NKR VLAK 4
VRAESTEL 1
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord al die vrae.
2. Lees al die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
4. Laat ten minste DRIE reëls oop ná elke vraag.
5. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
6. Rond antwoorde af tot TWEE desimale waar nodig, tensy anders vermeld.
7. Gebruik slegs 'n swart of blou pen.
8. Skryf netjies en leesbaar.
9. Beantwoord VRAAG 2.5.3 op ANTWOORDBLAD 1 en VRAAG 6.2.3 op ANTWOORDBLAD 2.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Verskeie opsies word as moontlike antwoorde vir die volgende vrae gegee. Kies die antwoord en skryf slegs die letter (A–D) langs die vraagnommer (1.1.1–1.1.5) in die ANTWOORDBOEK neer.

1.1.1 As $z_1 = 6 + 4i$ en $z_2 = 8 - 3i$, dan is $z_1 \times z_2$ in standaardvorm ...

A $36 + 14i$.
B $60 + 14i$.
C $48 - 12i^2$.
D $36 - 50i$.

1.1.2 i^{15} vereenvoudig is gelyk aan ...

A $15i^{14}$.

B $\frac{i^{16}}{16}$.

C i.

D $-i$.

1.1.3 Die faktore vir $x^2 + 25$ is ...

A $x(x + 25)$.
B $(x - 5)(x + 5)$.
C $(x - 5i)(x + 5i)$.
D $(x + 5)(x + 5)$.

1.1.4 As $z = 5cis(60°)$, dan is $z^3 = ...$

A $5^3 cis(60°)^3$
B $5^3 cis(60° + 3)$
C $15cis(3 \times 60°)$
D $5^3 cis(3 \times 60°)$

1.1.5 Los op vir y as $5 - yi = 15 - 3i - 10$ waar $i = \sqrt{-1}$.

A $y = -3i$

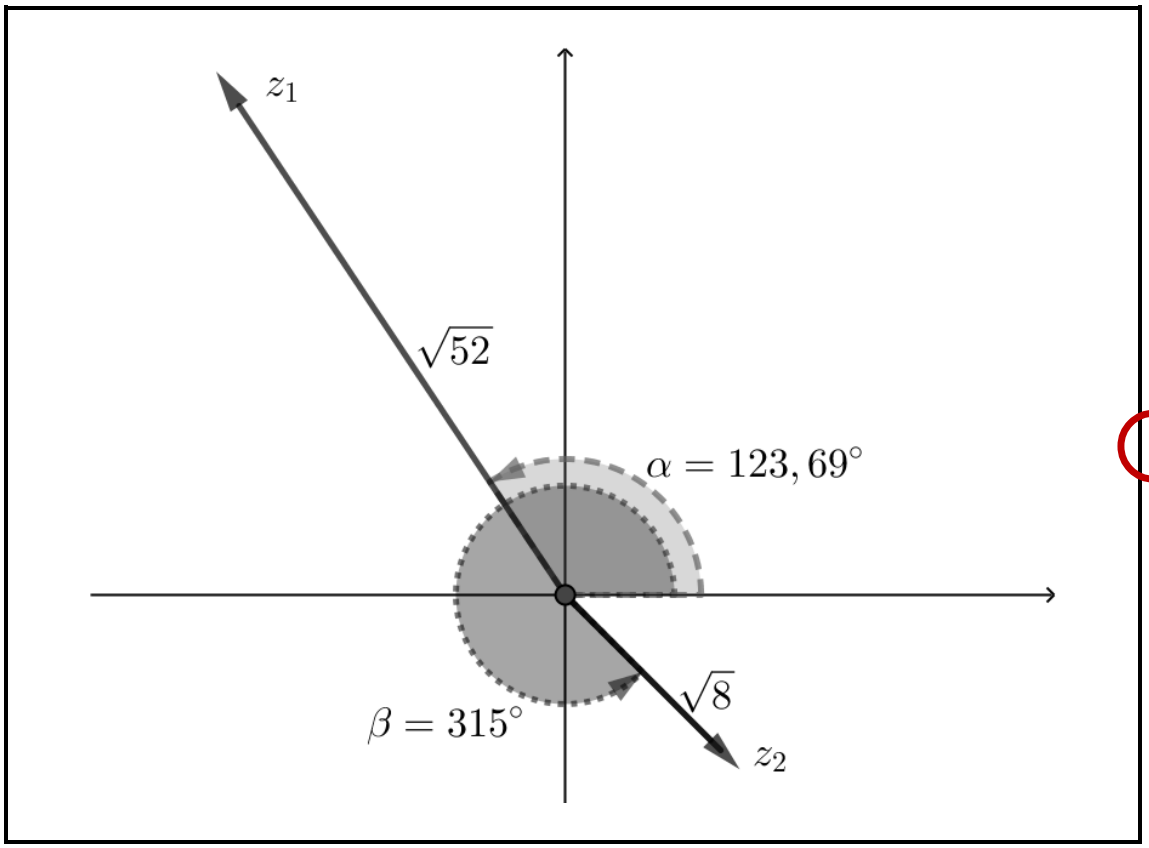
B $y = 3$

C $y = -3$

D $y = \frac{1}{3}$

(5 × 1) (5)

1.2 Die Argand-diagram hier onder verteenwoordig twee komplekse getalle: $z_1 = r_1 \text{ cis } \alpha°$ en $z_2 = r_2 cis\ \beta°$.



1.2.1 Skryf z_1 in standaardvorm. (1)

1.2.2 Bepaal $z_1 \times z_2$ en laat die antwoord in polêre vorm met $0 \leq \theta \leq 360$. (2)

1.2.3 Bepaal $z_1 + z_2$ en laat die antwoord in die vorm $a \pm bi$. (2)

1.3 Vereenvoudig na die volgende komplekse uitdrukking en skryf die antwoord in die vorm $a \pm bi$. Gebruik DRIE desimale en laat die antwoord in polêre vorm met $0 \leq \theta \leq 360$. Berekeninge in reghoekige vorm is uitgesluit.

$$\frac{(1-i)^5 \times 2cis30°}{(12-8i)}$$ (3)

1.4 Los op vir x as: $x^3 - 6x^2 = -34x$. (3)

1.5 Los op vir x en y in die volgende vergelyking en druk enige niereële oplossings uit in die vorm $a \pm bi$ vir alle waardes waar $y \in Z$:

$$3 - ix^2y = -(x^2 + y) + 4i$$ (4)

[20]

VRAAG 2

2.1 Gegee $f(x) = 12x^3 - 28x^2 - 3x + 7$

Bewys dat $(2x - 1)$ 'n faktor van $f(x)$ is deur die faktorstelling toe te pas. Langdeling is uitgesluit. (2)

2.2 Die uitdrukking $x^3 - ax^2 + ax + b$ is deelbaar deur $(x + 1)$, $(x - 3)$ en $(x + m)$.

2.2.1 Bepaal die waardes van a en b. (3)

2.2.2 Bepaal gevolglik die waarde van m. (2)

2.3 Gegewe die volgende stel geordende pare: $f = \{(-3; 5); (-2; 5); (0; 7); (2; 9)\}$

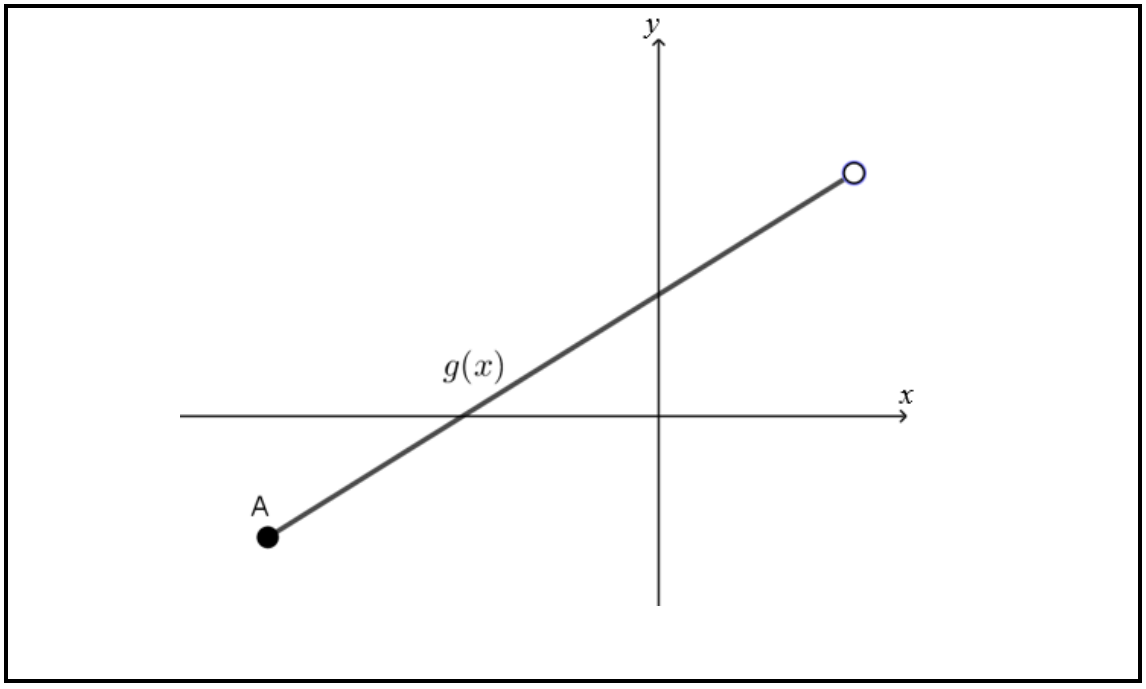
2.3.1 Skryf f^{-1} as 'n stel geordende pare. (1)

2.3.2 Dui aan of f^{-1} 'n funksie of niefunksie is. (1)

2.3.3 Skryf die x-afsnit vir f^{-1} neer . (1)

2.3.4 Skryf die domein van f^{-1} neer . (1)

2.4 Die grafiek hier onder verteenwoordig die volgende funksie met die algemene vergelyking gegee: $g(x)$: $y = 2x + 4$ met die domein $\{x: -4 \leq x < 2; x \in R\}$.



2.4.1 Bepaal die vergelyking van $g^{-1}(x)$ in die vorm $y = ...$ (1)

2.4.2 Ontleed die grafiek en skryf die domein van $g^{-1}(x)$ neer . (2)

2.5 Gegee $h(x) = -4x^2$ waar $x \in (-2; 0]$

2.5.1 Bepaal die vergelyking van $h^{-1}(x)$ in die vorm $y = ...$ (1)

2.5.2 Bepaal die snyhoek van $h(x)$ en $h^{-1}(x)$. (3)

2.5.3 Teken 'n netjiese grafiek van $h(x)$ en $h^{-1}(x)$ op dieselfde assestelsel op ANTWOORDBLAD 1 (aangeheg). Wys die lyn duidelik waaroor h^{-1} $h(x)$ reflekteer en merk dit. Wys ten minste een punt op die lyn van simmetrie. (3)

[21]

VRAAG 3

3.1 Gegewe die volgende vergelyking: $f(x) = 2x^3$

Bepaal die afgeleide van $f(x)$ deur eerste beginsels te gebruik. Wys alle stappe. (3)

3.2 Gebruik differensiasiereëls om die afgeleides van elk van die volgende te bepaal, en laat die antwoord met positiewe eksponente en in oortollige vorm waar van toepassing:

3.2.1 $y = \frac{4}{5}x^5 + \frac{x}{2} + e^{4x} + \cos 30°$ (2)

3.2.2 $y = 3\ln 5x - 3\sin 5x - \frac{2}{x^5} + 3\sqrt{x}$ (4)

3.2.3 $y = \frac{1}{(2x^3 - 4)^4}$ (3)

[12]

VRAAG 4

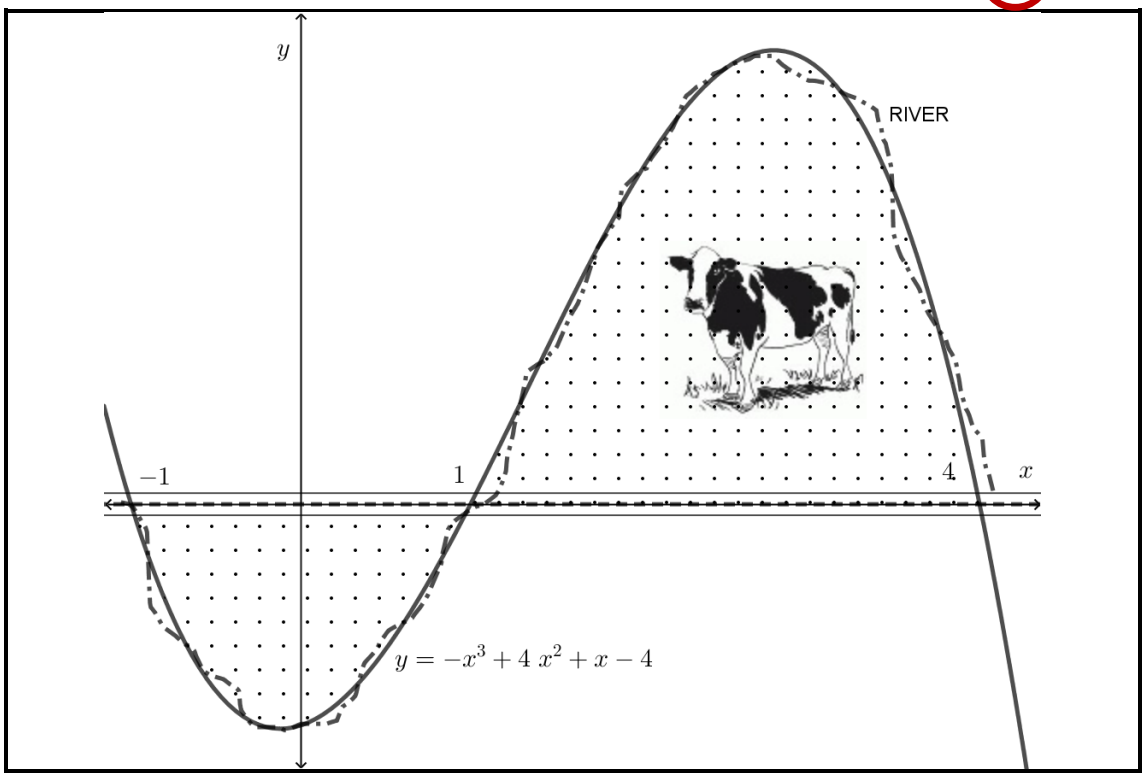
4.1 Bepaal en vereenvoudig die volgende integrale, en laat antwoorde met positiewe eksponente en in oortollige vorm waar van toepassing:

4.1.1 $\int \left(\frac{2}{x} - sec^2 5x + 4e^{2x} + 2x + 5\right) dx$ (3)

4.1.2 $\int \left(\frac{4}{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}} + 6\,sin\,3\,x\right) dx$ (3)

4.1.3 $\int \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}\right) dx$ (2)

4.2 'n Rivier vorm die grense van 'n beesplaas. Die vergelyking wat die grense verteenwoordig is $y = -x^3 + 4x^2 + x - 4$.

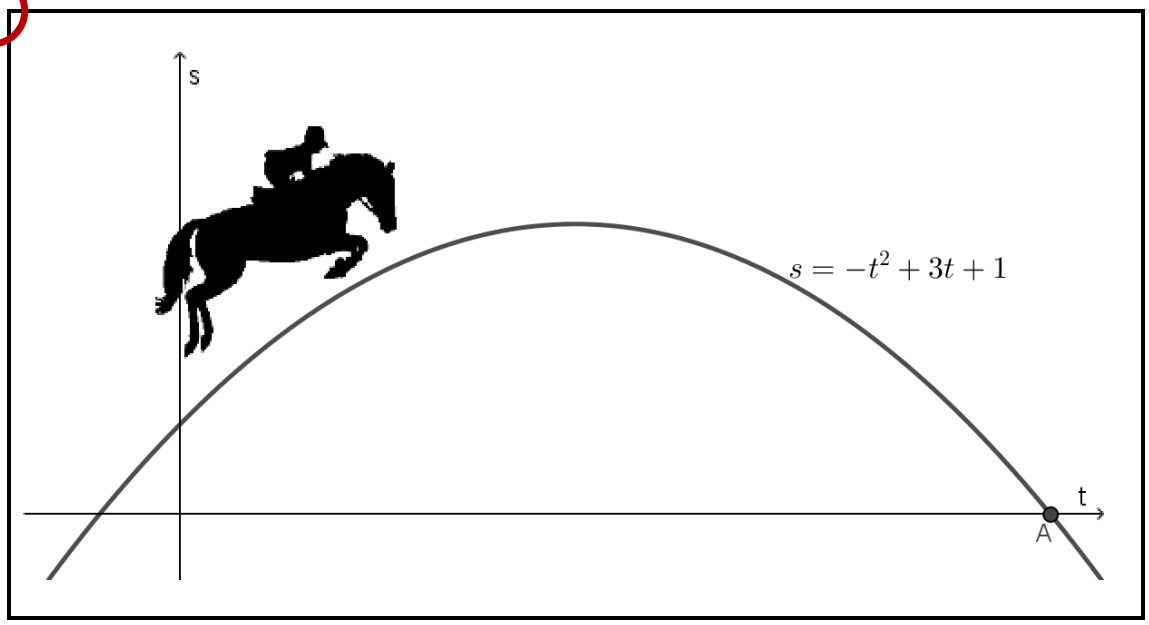


Bereken die grootte ('magnitude') van die oppervlakte van die plaas deur integrasie te gebruik. Die plaas word begrens deur die grafiek en die x-as, die lyne $x = -1$ en $x = 4$. (5)

[13]

VRAAG 5

5.1 'n Perdespringruiter probeer om 'n wêreldrekord te breek. Sy beweging word uitgedruk in terme van afstand (s) in meter en tyd (t) in sekondes. Die bewegingsvergelyking is $s(t) = -t^2 + 3t + 1$.



5.1.1 Bepaal die hoogte van die perdespringruiter by $t = 3$. (1)

5.1.2 (a) Bepaal die maksimumhoogte van die perdespringruiter. (3)

(b) Die huidige wêreldrekord is 2,47 m.

Met hoeveel sentimeter was hy verby of onder die wêreldrekord? (1)

5.1.3 Bepaal die tyd wanneer die perdespringruiter by punt A land. (2)

5.2 Die derdegraad-polinoom $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - px - 20$ word gegee.

5.2.1 Gegewe dat $f'(x) = 6x^2 + 6x + 12$, bepaal die waarde van p in $f(x)$. (2)

5.2.2 $(x + 2)$ is 'n faktor van $f(x)$. Bepaal gevolglik die ander faktore van $f(x)$. (3)

5.3 Gegee $g(x) = 2x^3 - 7x^2 - 14x + 40$

5.3.1 Bepaal die gradiënt van $g(x)$ by $x = -2$ en $x = 1$ deur differensiasie toe te pas. (3)

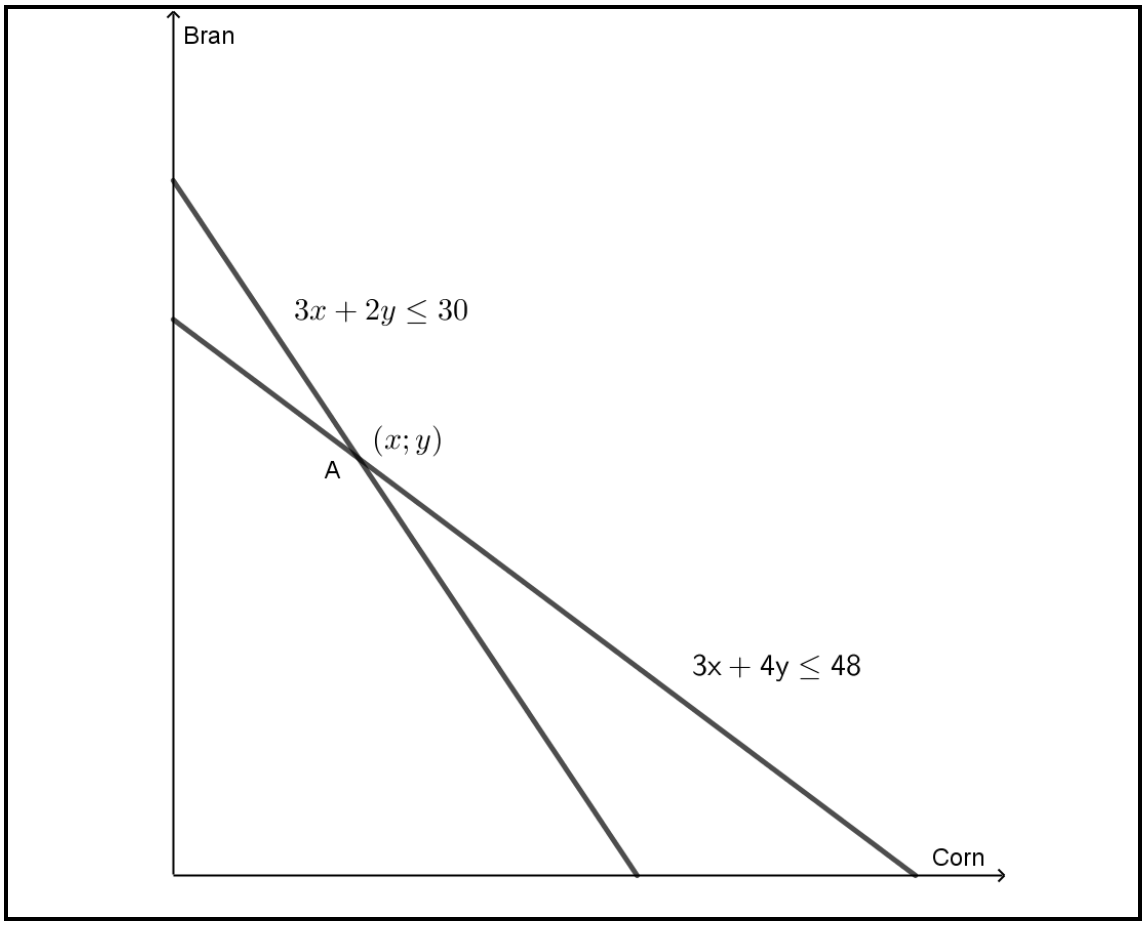
5.3.2 Verduidelik gevolglik wat met die kromme tussen $x = -2$ en $x = 1$ gebeur het en gee 'n rede vir die gevolgtrekking. (2)

5.3.3 Bepaal die infleksiepunt van $g(x)$. (2)

[19]

VRAAG 6

6.1 'n Bakker bak semelmuffins en mieliemuffins. 'n Baksel mieliemuffins benodig drie koppies melk en drie koppies meel. 'n Baksel semelmuffins benodig vier koppies meel en twee koppies melk. In die bakkery het hy 48 koppies meel en 30 koppies melk. Die bakker maak T rand wins op elke baksel semelmuffins en Q rand op elke baksel mieliemuffins. Laat x die aantal baksels mieliemuffins en y die aantal baksels semelmuffins wees.



6.1.1 Oorweeg die punte $(10; 2)$ en $(2; 10)$. (1)

(a) Watter EEN van hierdie punte is nie in die uitvoerbaarheidsgebied nie?

(b) Bewys die antwoord op VRAAG 6.1.1 (a) met 'n berekening. (1)

6.1.2 Bepaal die waardes van Q en T in die objektiewe funksie $\boldsymbol{P = Qx + Ty}$ as dit bekend is dat die maksimum wins by punt $(\mathbf{4}; \mathbf{9})$ R43 is en die wins vir vyf semelmuffins en vyf koringmuffins R35 is. (3)

6.2 'n Vliegtuig met sitplekke in besigheidsklas en ekonomiese klas kan 'n maksimum van 180 passasiers neem. Die wins op 'n kaartjie in besigheidsklas is R1 600 en op 'n kaartjie in ekonomiese klas R800. Die lugredery het hoogstens 150 sitplekke in ekonomiese klas. Die lugredery het 'n beleid dat die aantal sitplekke in besigheidsklas nie meer moet wees as een derde van dié van die ekonomiese klas nie.

Laat x die aantal kaartjies in besigheidsklas wees en y die aantal kaartjies in ekonomiese klas.

6.2.1 Die wins op 'n kaartjie in besigheidsklas is R1 600 en op 'n kaartjie in ekonomiese klas R800.

Skryf die winsvergelyking in terme van x en y. (1)

6.2.2 Twee van die beperkings is $x \geq 0$ en $y \geq 0$. Wat is die ander beperkings ten opsigte van die gegewe inligting in terme van x en y. (3)

6.2.3 Gebruik ANTWOORDBLAD 2 (aangeheg) om die volgende vrae te beantwoord:

(a) Stel die ongelykhede grafies voor. (3)

(b) Dui die uitvoerbaarheidsgebied op die grafiek aan. (1)

(c) Gebruik die soeklyn om die punt te bepaal wat sal aandui hoeveel kaartjies van elke tipe 'n maksimum wins vir die lugrederymaatskappy sal verseker. Dui die soeklyn en die maksimum punt op die grafiek aan. Wat is die maksimum wins? (2)

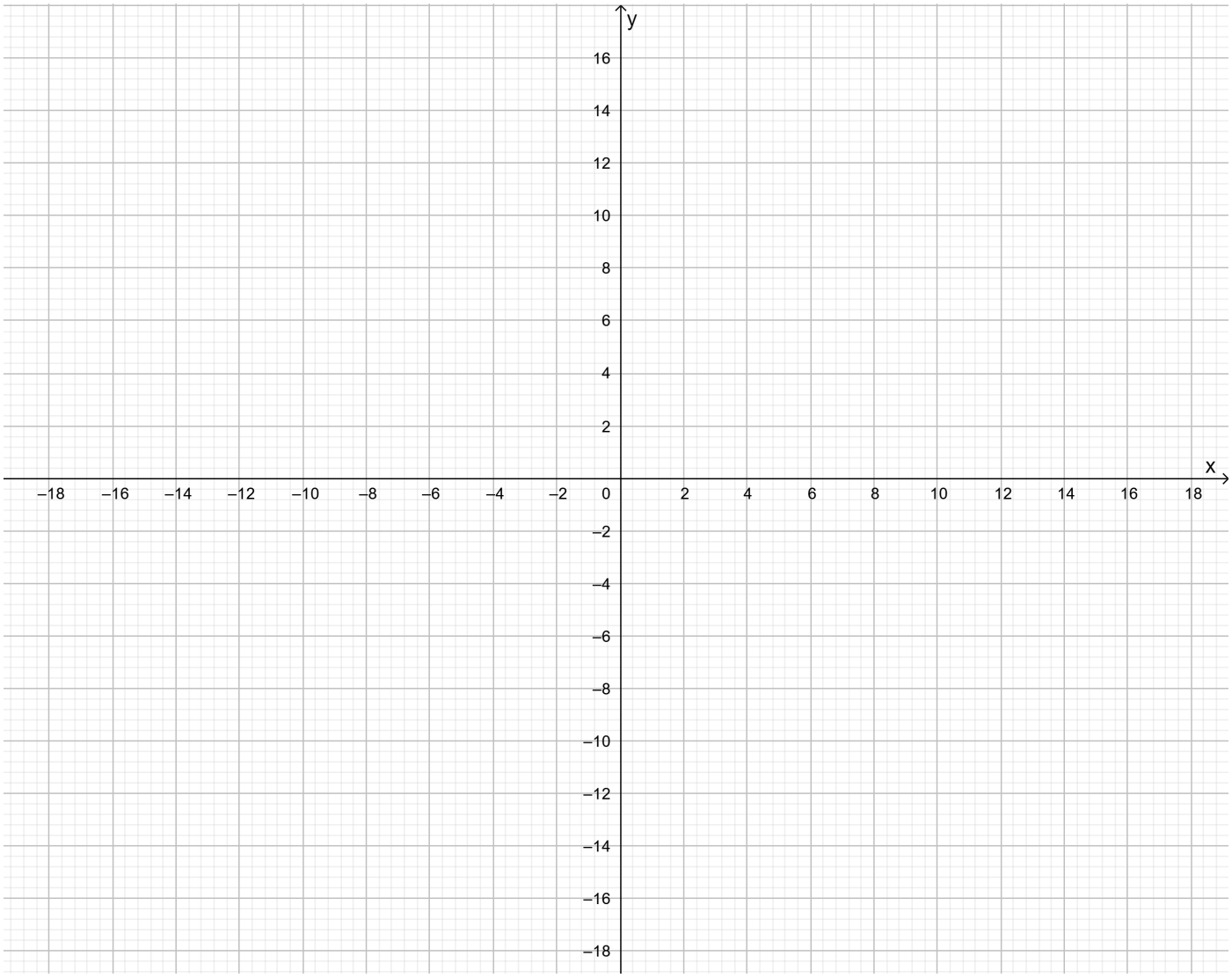
[15]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou

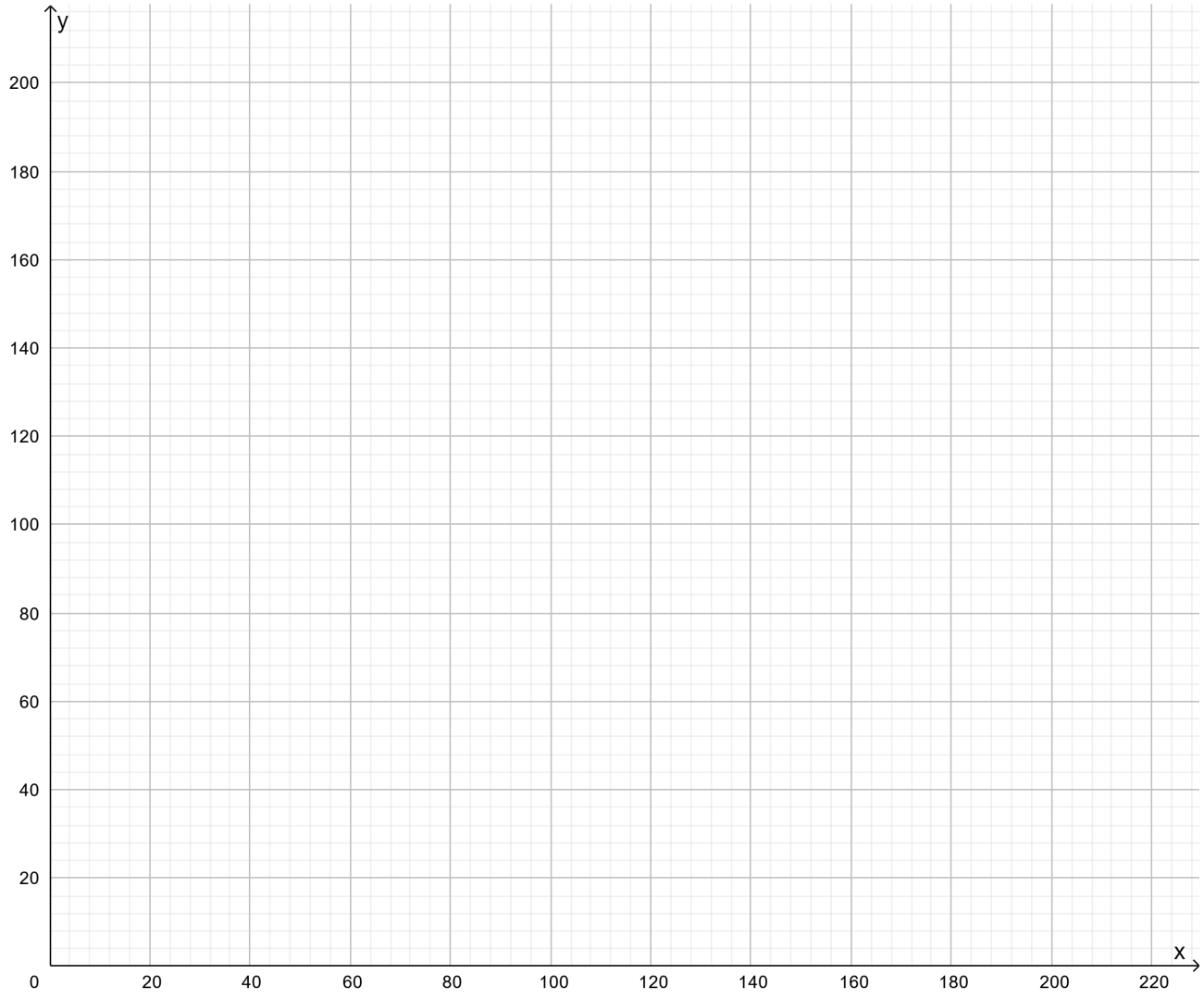
ANTWOORDBLAD 1 **EKSAMENNOMMER:** | | | | | | | | | | | | | |

2.5.3



ANTWOORDBLAD 2 **EKSAMENNOMMER:**

6.2.3



Kopiereg voorbehou

FORMULEBLAD

1. $z = r\cos\theta \pm rj\sin\theta$ of $z = r\cos\theta \pm ri\sin\theta$

2. $z = a \pm bj$ of $z = a \pm bi$ waar $i = j = \sqrt{-1}$

3. $r\angle\theta = rcis\theta$ waar r modulus verteenwoordig en θ argument verteenwoordig

4. $m = \lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

5. $\dfrac{d}{dx}\,x^n = nx^{n-1}$

6. $\dfrac{d}{dx}\,k = 0$

7. $\dfrac{dy}{dx} = u.\dfrac{dv}{dx} + v.\dfrac{du}{dx}$ of $\dfrac{d}{dx}[f(x).g(x)] = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$

8. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{v.\dfrac{du}{dx} - u.\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$ of $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right] = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

9. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du} \times \dfrac{du}{dx}$

10. As $y = \big(f(x)\big)^n$ dan $\dfrac{dy}{dx} = n\big(f(x)\big)^{n-1}f'(x)$

11. As $y = ln\,kx$ dan $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{k}{kx}$ of As $f(x) = \ln kx$ dan $f'(x) = \dfrac{k}{kx}$

12. As $y = e^x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = e^x$ of As $f(x) = e^x$ dan $f'(x) = e^x$

13. As $y = e^{kx}$ dan $\dfrac{dy}{dx} = ke^{kx}$ of As $f(x) = e^{kx}$ dan $f'(x) = ke^{kx}$

14. As $y = \sin x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = \cos x$ of As $f(x) = \sin x$ dan $f'(x) = \cos x$

15. As $y = \cos x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = -\sin x$ of As $f(x) = \cos x$ dan $f'(x) = -\sin x$

16. As $y = \tan x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = \sec^2 x$ of As $f(x) = \tan x$ dan $f'(x) = \sec^2 x$

17. As $y = \cot x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = -\mathrm{cosec}^2 x$ of As $f(x) = \cot x$ dan $f'(x) = -\mathrm{cosec}^2 x$

Kopiereg voorbehou

18. As $y = \sec x$ dan $\frac{dy}{dx} = \sec x \tan x$ of As $f(x) = \sec x$ dan $f'(x) = \sec x \tan x$

19. As $y = \text{cosec } x$ $\rightarrow \frac{dy}{dx} = -\text{cosec } x \cot x$ of As $f(x) = \text{cosec } x$ $\rightarrow$ $f'(x) = -\text{cosec } x \cot x$

20. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

21. $\int kx^n dx = k \int x^n dx$ waar k 'n konstante waarde is

22. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

23. $\int \frac{k}{x} dx = k \ ln\, x + c$

24. $\int e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} + c$

25. $\int \sin kx \, dx = -\frac{\cos kx}{k} + c = -\frac{1}{k}\cos kx + c$

26. $\int \cos kx \, dx = \frac{\sin kx}{k} + c = \frac{1}{k}\sin kx + c$

27. $\int \sec^2 kx \, dx = \frac{\tan kx}{k} + c = \frac{1}{k}\tan kx + c$

28. $A = \int_a^b y \, dx$

29. $[f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$

Kopiereg voorbehou