higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIENRIGLYN

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEP)

WISKUNDE
(Tweede vraestel)
NKR-VLAK 4

6 November 2024

Hierdie nasienriglyn bestaan uit 12 bladsye.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
1.1.1	$\widehat{Y}_1 = 26°$ (Tan − koordteorie) ✓ ✓	1S, 1R	(2)
1.1.2	$\widehat{D}_1 = 26°$ (Wisselhoeke) ✓ ✓	1S, 1R	(2)
1.1.3	$\widehat{B} = 180° - 26°$ $= 154°$ (Teenoorst. hoeke van koordevierhoek.)✓ ✓	1S, 1R	(2)
1.1.4	$\widehat{C}_2 = \widehat{A}_3$ (Teenoorst. hoeke van gelykbenige Δ) $\therefore\ \widehat{C}_2 = \frac{180° - 154°}{2} = 13°$(Som van binnehoeke in ′n Δ)✓✓	1S, 1R	(2)

1.2			
	$\widehat{M}_2 = 90°$(Lyn van middel na middelpunt van koord)✓✓ $\widehat{T}_1 + \widehat{T}_2 = \widehat{T} = 90°$ (Radius ⊥ Tangens) ✓✓ $\Rightarrow \widehat{T} + \widehat{M}_2 = 180°$ $\therefore$ OTGM is koordevierhoek (teenoorst hoeke is suppl.)✓ **OF** $\widehat{M}_1 = 90°$(Lyn van middel na middelpunt van koord)✓✓ $\widehat{T}_1 + \widehat{T}_2 = \widehat{T} = 90°$ (Radius ⊥ Tangens) ✓✓ $\Rightarrow \widehat{T} = \widehat{M}_1$ $\therefore$ OTGM is koordevierhoek (Buitehoeke = oorst binnehoek)✓	1S, 1R 1S, 1R 1R	(5)

1.3	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
1.3.1	$x_M = \frac{0-6}{2} = -3$✓ en $y_M = \frac{0+4}{2} = 2$✓ $\therefore M(-3;2)$	1CA, 1CA	(2)
1.3.2	$NM = \sqrt{(-6--3)^2 + (4-2)^2}$✓ ✓ $= \sqrt{13}$✓ **OF** $MO = \sqrt{(-3-0)^2 + (2-0)^2}$ ✓ ✓ $= \sqrt{13}$ ✓	1SF, 1SF 1CA	(3)
1.3.3	$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 13$✓ ✓	1CA, 1CA	(2)
1.3.4	$m_r = \frac{0-4}{0+6} = -\frac{2}{3}$ **OF** $m_r = \frac{0-2}{0+3} = -\frac{2}{3}$ **OF** $m_r = \frac{2-4}{-3+6} = -\frac{2}{3}$ ✓ en $\therefore m_T = \frac{3}{2}$ ✓ $\Rightarrow y - 4 = \frac{3}{2}(x+6)$ $4 = \frac{3}{2}(-6) + C \Rightarrow C = 13$ $\therefore y = \frac{3}{2}x + 13$ ✓ $\therefore y = \frac{3}{2}x + 13$	1 punt vir m_r 1 punt vir m_T 1 punt vir vergelyking	(3)
1.3.5	$0 = \frac{3}{2}x + 13 \Rightarrow x = -\frac{26}{3} = -8.667$ ✓ $\therefore S\left(-\frac{26}{3};0\right)$ ✓	1CA 1CA	(2)

[25]

VRAAG 2

2.1	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
2.1.1	$1-2\sin^2 15°$ $=\cos(30°)$✓ $=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ✓	 1 B/D 1 CA	(2)
2.1.2	$\sin 96°\cos 24°-\sin 24°\cos 276°$ $=\sin(180°-96°)\cos 24°-\sin 24°\cos(360°-276°)$✓ $=\sin 84°\cos 24°-\sin 24°\cos 84°$√ $=\sin(84°-24°)$√ $=\sin 60°$ √ $=\frac{\sqrt{3}}{2}$ √	 1 B/D ½ punt vir$84°$ ½ punt $\sin(84°-24°)$ ½ punt vir $\sin 60°$ ½ punt vir $\frac{\sqrt{3}}{2}$(CA)	(3)
2.1.3	$\cos 75°$ $=\cos(45°+30°)$✓ $=\cos 45°\cos 30°-\sin 45°\sin 30°$ ✓ $=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}\right)$ OF $\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{2}$✓ $=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **OF** $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$✓	1 vermindering (A) 1 uitbrei 1 elk vir spesiale hoekverhoudings (CA) 1 vir gevolgtrekking	(4)

2.2			
	$\sin 2x+\sin x=6\cos x+3$ $\Rightarrow 2\sin x\cos x+\sin x-6\cos x-3=0$ √ $\Rightarrow \sin x(2\cos x+1)-3(2\cos x+1)=0$ $\Rightarrow(\sin x-3)(2\cos x+1)=0$ √√ $\Rightarrow \sin x=3$ (geen oplossing)√ of $\cos x=-\frac{1}{2}$ √ $\Rightarrow x_{ref}=\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=60°$√ $\therefore x=\{120°;240°\}$ √√	½ punt vir dubbele hoek ½ punt vir gemeenskaplike faktor ½ punt vir elke faktor ½ punt vir $\sin x=3$ ½ punt vir $\cos x=-\frac{1}{2}$ ½ punt vir x_{ref} ½ punt vir elke $x$waarde	(4)

2.3	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
2.3.1	LK $= \frac{1+\sin 2x}{\sin^2 x}$ $= \frac{\sin^2 x+\cos^2 x+2\cos x\sin x}{\sin^2 x}$ ✓ $= \frac{(\sin x+\cos x)^2}{\sin^2 x}$ ✓ $= \left(\frac{\sin x+\cos x}{\sin x}\right)^2$ √ $= \left(\frac{\sin x}{\sin x}+\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2$ √ = RK Alternatief RK $= \left(1+\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2$ $= 1+\frac{2\cos x}{\sin x}+\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$ ✓ $= \frac{\sin^2 x+\cos^2 x+2\cos x\sin x}{\sin^2 x}$ ✓ ✓ = LK	½ punt vir elke identiteit 1 punt vir $(\sin x+\cos x)^2$ ½ punt vir $\left(\frac{\sin x+\cos x}{\sin x}\right)^2$ ½ punt vir $\left(\frac{\sin x}{\sin x}+\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2$ 1 punt vir uitbreiding 1 punt vir teller 1 punt vir noemer	(3)
2.3.2	LK $= \frac{2\sin x\cos x}{\cos^4 x-\sin^4 x}$ $= \frac{\sin 2x}{(\cos^2 x-\sin^2 x)(\cos^2 x+\sin^2 x)}$ ✓ ✓ $= \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$ ✓ = RK	1 punt vir teller 1 punt vir noemer 1 punt vir $\frac{\sin 2x}{\cos 2x}$	(3)

2.4	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
2.4.1	$\sin 60° = \frac{15}{\text{PS}}$ ✓ $\Rightarrow \text{PS} = \frac{15}{\sin 60°} = 17{,}3m = 10\sqrt{3}m$ ✓ **OF** $\frac{\sin 60°}{15} = \frac{\sin 90°}{\text{PS}}$ ✓ $\Rightarrow \text{PS} = \frac{15 \sin 90°}{\sin 60°} = 17{,}3m = 10\sqrt{3}m$ ✓ **OF** $\text{P}\hat{\text{S}}\text{Q} = 180° - 90° - 60° = 30°$ $\cos 30° = \frac{15}{\text{PS}}$ ✓ $\Rightarrow \text{PS} = \frac{15}{\cos 30°} = 17{,}3m = 10\sqrt{3}m$ ✓	1 SF 1 CA	(2)
2.4.2	$\cos 30° = \frac{18}{\text{SW}}$ ✓ $\Rightarrow \text{SW} = \frac{18}{\cos 30°} = 20{,}8m = 12\sqrt{3}m$ ✓ **OF** $\text{V}\hat{\text{W}}\text{S} = 180° - 90° - 30° = 60°$ $\therefore \sin 60° = \frac{18}{\text{SW}}$ ✓ $\Rightarrow \text{SW} = \frac{18}{\sin 60°} = 20{,}8m = 12\sqrt{3}m$ ✓ **OF** $\frac{\sin 60°}{18} = \frac{\sin 90°}{\text{SW}}$ ✓ $\Rightarrow \text{SW} = \frac{18 \sin 90°}{\sin 60°} = 20{,}8m = 12\sqrt{3}m$ ✓	1 SF 1 CA	(2)
2.4.3	$\text{PW}^2 = (17{,}3)^2 + (20{,}8)^2 - 2(17{,}3)(20{,}8)\cos 120°$ ✓ $\Rightarrow \text{PW}^2 = 1091{,}77$ $\therefore \text{PW} = 33\text{m}$✓	1 SF 1 CA	(2)

[25]

VRAAG 3

	Bewerking	**Verduideliking**	**Punt**
3.1	Sien ADDENDUM A hier onder✓✓✓		(3)
3.2	OPSIE 1 Sien ADDENDUM B hier onder√√√√√ $b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$ $= \frac{(6 \times 694) - (93 \times 34)}{(6 \times 1967) - (93)^2}\surd$ $= 0{,}318\surd$ $a = \overline{y} - b\overline{x}$ $= 5{,}67 - (0{,}318 \times 15{,}5)$ $= 0{,}741\surd$ $\therefore y = 0{,}741 + 0{,}318x\surd$ OPSIE 2 Sien ADDENDUM B hier onder√√√√√ $b = \frac{\sum (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum (x_i - \overline{x})^2}$ $= \frac{167}{525{,}5}\surd$ $= 0{,}318\surd$ $a = \overline{y} - b\overline{x}$ $= 5{,}67 - (0{,}318 \times 15{,}5)$ $= 0{,}741\surd$ $\therefore y = 0{,}741 + 0{,}318x\surd$	½ punt vir elke som/gemiddeld in tabel ½ punt vir subst. in formule van b(SF) ½ punt vir b waarde(CA) ½ punt vir *a* waarde(CA) ½ punt vir reg. vgl. ½ punt vir elke som/gemiddeld in tabel ½ punt vir subst. in formule van b(SF) ½ punt vir b value(CA) ½ punt vir *a* value(CA) ½ punt vir reg. vgl.	(5)
3.3	Sien ADDENDUM A hier onder ✓✓		(2)

3.4	$y = 0{,}741 + 0{,}318(16)$✓ $\Rightarrow y = 5{,}83$✓	1SF 1CA	(2)
3.5	$\bar{x} = 15{,}5$ (Sien ADDENDUM B hier onder) $s^2 = \frac{(3-15{,}5)^2 + (8-15{,}5)^2 + \cdots + (12-15{,}5)^2}{6}$ ✓ $= 87{,}583$ ✓ $= \frac{1051}{12}$ $s = \sqrt{\frac{1051}{12}} = 9{,}359$✓	1SF 1CA 1CA	(3)

ALTERNATIEF VIR 3.5

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
3	$-12{,}5$	156,25
8	$-7{,}5$	56,25
30	14,5	210,25
25	9,5	90,25
15	$-0{,}5$	0,25
12	$-3{,}5$	12,25
TOTAAL	0	525,5✓

$s^2 = \frac{525{,}5}{6} = \frac{1051}{12} = 87{,}583$ ✓

$s = \sqrt{\frac{1051}{12}} = 9{,}359$✓

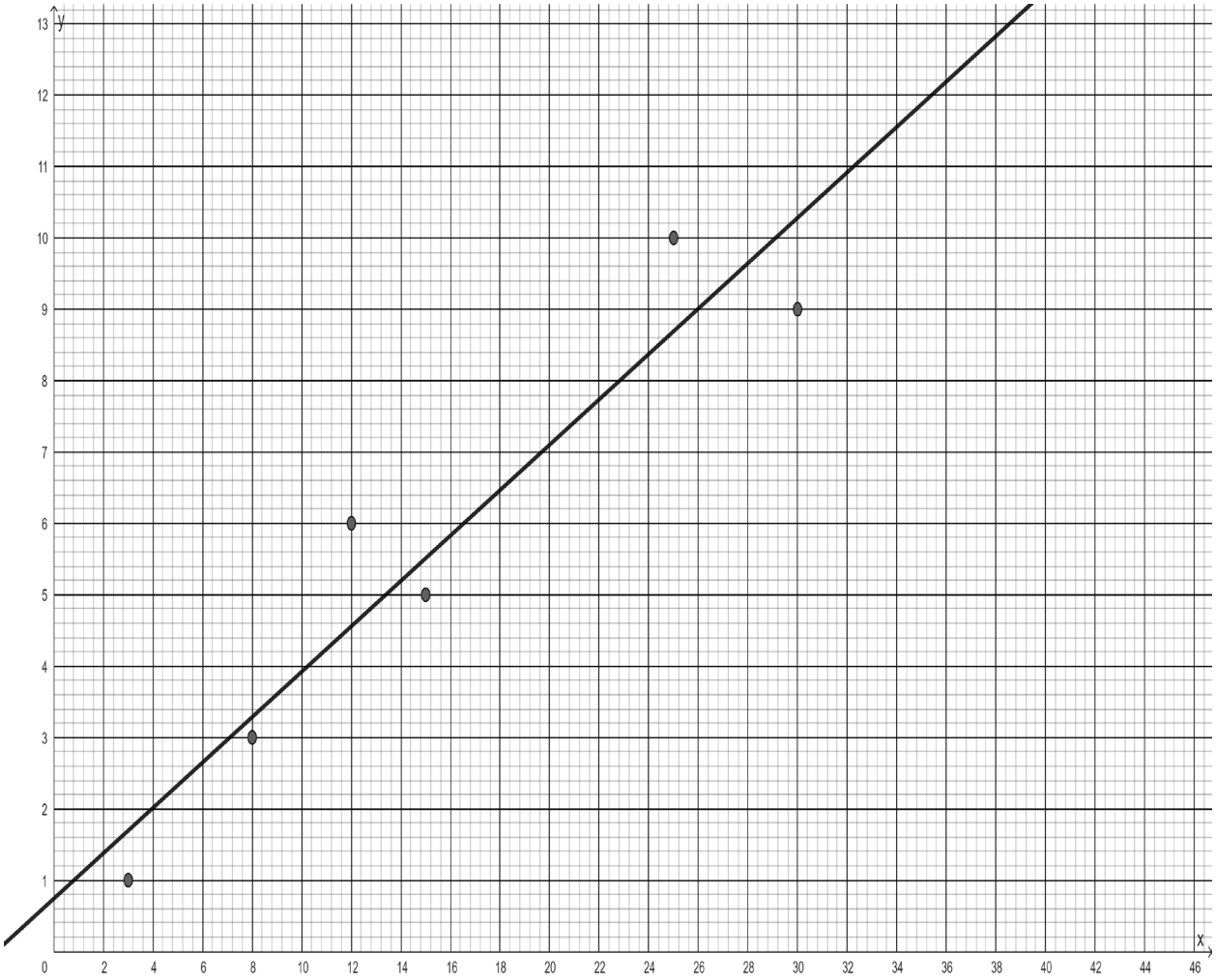
[15]

ADDENDUM A

EKSAMENNOMMER:

SENTRUMNOMMER:

3.1
3.3



Regressielyn✓✓

LW: Regressielyn moet deur punte (0; 0,741); (26; 9) en $(\bar{x}\,;\bar{y})$ gaan

Spreidingsdiagram✓✓✓

LW: Trek 1 af vir enige 2 punte wat verkeerd geplot is.

ADDENDUM B

EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | |

SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | | | | |

3.2

OPSIE 1

Besoedelingsvlakke(x)	**Verdunning(y)**	xy	x^2
3	1	3	9
8	3	24	64
30	9	270	900
25	10	250	625
15	5	75	225
12	6	72	144
$\sum x = 93\sqrt{}$	$\sum y = 34\sqrt{}$	$\sum xy = 694\sqrt{}$	$\sum x^2 = 1967\sqrt{}$
$\bar{x} = 15,5 = \frac{31}{2}\sqrt{}$	$\bar{y} = 5,67 = \frac{17}{3}\sqrt{}$		

OPSIE 2

Besoedelingsvlakke(x)	**Verdunning(y)**	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$
3	1	58 375	156,25
8	3	20 025	56,25
30	9	48 285	210,25
25	10	41 135	90,25
15	5	0,335	0,25
12	6	-1,155	12,25
$\sum x = 93\sqrt{}$	$\sum y = 34\sqrt{}$	$\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y}) = 167\sqrt{}$	$\sum(x-\bar{x})^2 = 525,5\sqrt{}$
$\bar{x} = 15,5 = \frac{31}{2}\sqrt{}$	$\bar{y} = 5,67 = \frac{17}{3}\sqrt{}$		

VRAAG 4

4.1	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
4.1.1	Twee gebeurtenisse A en B is wedersyds inklusief as hulle op dieselfde tyd kan plaasvind.(Aanvaar enige korrekte definisie) ✓ $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$ ✓	1 punt vir Definisie 1F	(2)
4.1.2	Twee gebeurtenisse A en B is (statisties) onafhanklik as daar geen invloed van een gebeurtenis op die ander is nie. (Aanvaar enige korrekte definisie) ✓ $P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B)$ ✓	1 punt vir Definisie 1F	(2)

4.2	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
4.2.1	$X = 46;\ Y = 8$ ✓✓	1 CA; 1 CA	(2)
4.2.2 (a)	$P(A) = \frac{31}{91} = 0{,}341$ ✓	1 CA	(1)
(b)	$P(\text{C slegs uit vroue}) = \frac{23}{46} = 0{,}5$ ✓	1 CA	(1)
(c)	$P(\text{F of B}) = \frac{46}{91} + \frac{28}{91} - \frac{8}{91}$ ✓ $= \frac{66}{91}$ ✓ $= 0{,}725$	1SF 1 A	(2)
(d)	$P(\overline{B}) = 1 - P(B)$ $= 1 - \frac{28}{91}$ ✓ $= \frac{9}{13}$ $= 0{,}692$ ✓ **OF** $P(\overline{B}) = P(A) + P(C) = \frac{31}{91} + \frac{32}{91} = \frac{9}{13}$ ✓✓ $= 0{,}692$	1 punt vir komplementêre waarskynlikheid 1 punt vir antwoord **OR** 1 punt vir teller 1 punt vir noemer	(2)
4.2.3	$P(\text{M en A}) = \frac{16}{91} = 0{,}2$ ✓ $P(M) \times P(A) = \frac{45}{91} \times \frac{31}{91} = 0{,}2$ ✓ ∴ Die gebeurtenis "Manlik" en "A" is onafhanklik ✓	1 CA 1 CA 1 R	(3)

[15]

VRAAG 5

	Bewerking	**Verduideliking**	**Punt**
5.1	Saamgestelde Rente	1S	(1)

5.2	$A = P(1 + in)$ $\Rightarrow 22464 = P\left(1 + \frac{5.5}{100} \times 8\right)$ ✓ $\Rightarrow 22464 = 1.44P$ ✓ $\Rightarrow P = \frac{22464}{1.44} = R15600$ ✓	 1 SF 1S 1 A	 (3)

5.3	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
5.3.1	$A_t = A_0\left(1 + \frac{r}{100m}\right)^{t \times m}$ $A_t = 17\,500\left(1 + \frac{7.5}{100 \times 4}\right)^{12 \times 4}$ ✓ $= R42\,685{,}85$ ✓	 1 SF 1 CA	 (2)
5.3.2	$Rente = A_t - A_0$ $= R42\,685{,}85 - R17\,500$ $= R25\,185{,}85$✓	1 CA	 (1)

5.4	<u>OU MOTOR</u> $A = P(1 - i)^n$ $= 350\,000\left(1 - \frac{20}{100}\right)^7$ ✓ $= R73\,400.32$ ✓ <u>NUWE MOTOR</u> $A = P(1 + in)$ $\Rightarrow A = 350\,000\left(1 + \frac{5}{100} \times 7\right)$ ✓ $= R472\,500$ ✓ $Inruilbedrag = R472\,500 - R73\,400.32$ $= R399\,099.68$ ✓	 1 SF 1 CA 1 SF 1 CA 1 CA	 (5)

5.5	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
5.5.1	Belasbare inkomste = Bruto inkomste − Aftrekking Let wel: Aanvaar enige ander geldige definisie.	1S	(1)
5.5.2	Belastingkorting is 'n terugbetaling wat aan belastingbetalers aangebied word , afhangende van hul ouderdom. Let wel: Aanvaar enige ander geldige definisie.	1S	(1)

5.6	**Bewerking**	**Verduideliking**	**Punt**
5.6.1	Bruto jaarlikste inkomste $= (12 \times 150000) + 100000 + 75000$ $= \text{R } 1\,975\,000$ ✓ Belasting betaalbaar $= \text{R}644\,489 + 45\%(1\,975\,000 - 1\,817\,000)$ $= \text{R}715\,589$ ✓ Kortings $= 17\,235 + 9444$ $= \text{R}26\,679$ ✓ Jaarlikse belasting $= \text{R}715\,589 - \text{R}26\,679$ $= \text{R}688\,910$ ✓ Bedrag verskuldig aan die SAID $= \text{R}688\,910 - \text{R}650\,000$ $= \text{R}38\,910$ ✓	1 vir bruto jaarlikse inkomste 1 punt vir belasting betaalbaar 1 punt vir kortings 1 punt vir jaarlikse belasting 1A	(5)
5.6.2	Sy moet begin bydra tot 'n pensioenfonds, mediesefondsskema, WVF (werkloosheidsversekeringsfonds) en ook 'n beleggingsrekening by enige finansiële instelling oopmaak. Let wel: Ken volpunte toe as ten minste een aftrekking genoem word.	1S	(1)

[20]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou