higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIENRIGLYN

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

WISKUNDE
(Eerste vraestel)
NKR-VLAK 4

14 Februarie 2025

Hierdie nasienriglyn bestaan uit 16 bladsye.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES VIR NASIENERS

1. Eksaminatore word daaraan herinner dat die vak Wiskunde hom leen tot 'n verskeidenheid metodes en dus verskeie verskillende alternatiewe antwoorde. Merk alle wiskundig korrekte antwoorde.

2. Die antwoorde wat in hierdie memorandum verskaf word, is dus nie volledig nie. Punte word toegeken vir spesifieke beginselS en die nasieners moet by die puntetoekenning hou.

3. Merk asseblief die vrae en volg op. Byvoorbeeld: Fout in die eerste stap van differensiasie, fout in die omskakeling van wortel na eksponensieel, impliseer nie dat die student nie kan onderskei nie.

4. Punte word per stap toegeken, maar indien 'n student 'n stap weggelaat het en daar bewyse of rede is dat hy/sy by die volgende stap sonder berekening kan aflei, moet die punt steeds aan die student gegee word.

5. Let daarop dat punte aan vereenvoudiging toegeken is. Dit is om te onderskei tussen 80- en 90-persenters.

6. STAPPE moet gemerk word en nie net die finale antwoord nie. REGMERKIES moet ooreenstem met die totaal. Sit jou regmerkies en kruisies netjies en leesbaar slegs in ROOI pen.

7. As die antwoord nie presies dieselfde lyk as op memorandum nie, kan dit 'n alternatiewe metode wees of 'n metode wat jy nie ken nie. Neem asseblief 'n oomblik voordat jy nasien.

Kopiereg voorbehou Blaai asseblief om

VRAAG 1

	Volle punt ✓ Halfpunt √ A: Akkuraatheid CA: Konsekwente akkuraatheid of opvolg				
1.1	1.1.1	A	$19 - 4i$		
	1.1.2	B	$-1 - 5i$		
	1.1.3	D	$(x - 8i)(x + 8i)$		
	1.1.4	B	$8\ \text{cis}(36°)$		
	1.1.5	D	$x = 12$		
			(5 × 1)		(5)

1.2	1.2.1	$z_1 = 13\ \text{cis}\ (-22{,}62°)$ $= \sqrt{13\ \text{cis}\ 337{,}38°}$	$0 \leq \theta \leq 360.$ Halfpunt korrekte modulus (A) Halfpunt korrek Argument binne gegewe interval (A) Geen punte as argument negatief is.	(1)
	1.2.2	$(12 - 5i - 6 + 8i\ )^4 = (6 + \checkmark 3i)^4$ $= (\sqrt{6{,}71}\ \text{cis}\ \sqrt{26{,}57})^4$ $= \sqrt{2027{,}17}\ \text{cis}\ \sqrt{106{,}27°}$	Een punt byvoeg (A) <u>Omskakeling $R \rightarrow P$</u> Halfpunt korrekte modulus (A) Halfpunt korrekte argument <u>Pas De Moivre toe</u> Halfpunt korrekte modulus (A) Halfpunt korrekte argument (A)	(3)

1.3	Metode 1 $a+bi=\frac{-27+21i}{-5+3i}\times\frac{-5-3i}{-5-3i}$ √ $=\frac{(135+81i-105i-63i^2}{25-9i^2}$ √ √ $=\frac{198-24i}{34}$ √ $=\frac{99}{17}-\frac{12}{17}i$ √ $of\ 5{,}82-0{,}71\ i$ Metode 2 $(a+bi)(-5+3i)=-27+21i$ $\therefore -5a+3ai-5bi+3i^2b=-27+21i$ $\therefore -5a-3b+3ai-5bi=-27+21i$ Los gelyktydige vergelykings op. $\therefore -5a-3b=-27\ \ eq\ 1\ \times 3\rightarrow -15a-9b$ $=-81$ $\therefore 3a-5b=21\quad eq\ 2\ \times 5\rightarrow 15a-25b=105$ $\therefore -34b=24\rightarrow b=-\frac{12}{17}$ Plaasvervanger in vgl. 2 $3a-5\left(-\frac{12}{17}\right)=21$ $\therefore a=\frac{99}{17}$ $\therefore a+bi\ =\frac{99}{17}-\frac{12}{17}i\ \ of\ 5{,}82-0{,}71\ i$	Halfpunt vermenigvuldig met konjungeer (A) Halfpunt vermenigvuldig noemer (A) Halfpunt vermenigvuldig teller (A) Halfpunt vereenvoudigde noemer (A) Halfpunt vereenvoudigde teller (A) Halfpunt a+bi	(3)

1.4			
	$-y^2 + 12 = -y$ √ $eq\ 1$ $x^2 i + 2xi + yi = 0$ √ $eq2$ $\therefore$ From eq 1 $(y-4)(y+3) = 0$ $\therefore$ y $= {}^{\surd}-3$ of y $= 4^{\surd}$ y $= -3$ N/A $(\text{nie } \in N)$ y $= 4$ in verg 2 $\rightarrow x^2 + 2xi + 4i$ $\therefore\ x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(4)}}{2(1)}$ $= \dfrac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2(1)}$ √ $= \dfrac{-2 \pm 2\sqrt{3}i}{2}$ √ √ √ $\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}\, i$	Halfpunt (A) $verg1$ Halfpunt (A) $verg2$ Halfpunt elk y Halfpunt pas kwadraties toe $\frac{-2\pm\sqrt{-12}}{2(1)}$ Halfpunt los negatief op Wortel $\frac{-2\pm2\sqrt{3}i}{2(1)}$ Halfpunt niereëel Halfpunt reëel	(4)
			[16]

VRAAG 2

2.1	$Laat\ g(x) = 0 \therefore x = 0$ $f(0) = 5(0)^3 + 7(0)^2 - 2(0) - 4 = -4$ √ $\therefore \text{Res} = -4$ √	Halfpunt plaasvervanger 0 Halfpunt antwoord	(1)
2.2	$(x + 1) = 0 \therefore x = -1$ $(-1)^4 - 15(-1)^2 + p(-1) + 24 = 0$ √ √ $\therefore p = 10$ ✓	Halfpunt gelykstaande aan 0 Halfpunt plaasvervanger -1 Een punt antwoord	(2)
2.3	$(-1; -25)\ gegee$ Vervang in $g(x)$ $\rightarrow -25 = -2 - m - n$ $\therefore m + n = 23 \quad verg\ 1$√ en gegee $m = 40$ $\frac{dy}{dx} = 6x^2 - 2mx + n = 40\ at\ x = -1$ √ √ $\therefore 34 = 2m + n \quad eq\ 2$ √ $verg\ 2\ -\ verg\ 1$ $\rightarrow m = 11\ en\ n = 23 - m = 12$ ✓ $m = 11\ en\ n = 12$ ✓	Halfpunt $verg\ 1$ Halfpunt differensiasie Halfpunt is gelykstaande aan 40 Halfpunt $verg\ 2$ Een punt antwoord m Een punt antwoord n	(4)

2.4	2.4.1	g : $(x)y = x^2$ ✓		(1)
	2.4.2	Domein van $g(x)$: $\{x: -3 \leq x \leq 0; x \in R\}$ ✓ Of $x \in [-3; 0]$ of $x \in R$		(1)
	2.4.3	$f^{-1}(x)$: $y = 3x - 8$ ✓		(1)
	2.4.4	$f\left(f^{-1}(x)\right) = f(3x - 8)$ $\therefore \frac{f^{-1}(x) + 8}{3}$ $= \frac{3x - 8 + 8}{3} = \frac{3x}{3} = x$ ✓ ✓	Een punt plaasvervanger $3x - 8$ in $f(x)$ (A) Een punt antwoord (A)	(2)
	2.4.5	$f(a + 2) + g(a) = 8$ $\therefore \frac{a + 2 + 8}{3} + a^2 = 8$ √ √ $\therefore$ $3a^2 + a + 10 - 24 = 0$ $\therefore 3a^2 + a - 14 = 0$ √ $\therefore a = -\frac{7}{3}$ or $a = 2$ √ √ Toets : $f\left(-\frac{7}{3} + 2\right)$ is geldig vir $\{x: -2 \leq x < 7; x \in R\}$ $f(2 + 2) = f(4)$ is geldig $g\left(-\frac{7}{3}\right)$ geldig vir $\{x: -3 \leq x \leq 0; x \in R\}$ $g(2)$ nie geldig vir interval $\therefore a = -\frac{7}{3}$ is enigste geldige antwoord √	Halfpunt $f(a + 2)$ Halfpunt $g(a)$ Halfpunt kwadratiese vergelyking Punt elke oplossing van die helfte a Halfpunt identifiseer geldige antwoord.	(3)
	2.4.6	√ √ √ √ Reeks $\{y: 2 \leq y < 5; y \in R\}$ of $y \in [2; 5)$; $y \in R$	Halfpunt beginwaarde (A) Halfpunt eindwaarde (A) Merk elke korrekte ongelykheidsteken (A) half	(2)
	2.4.7	SIEN **ADDENDUM A.**		(3)
				[20]

VRAAG 3

3.1	$f(x) = -x^3 \therefore f(x+h) = -(x+h)^3$ $= -x^3 - 3x^2h - 3xh^2 - h^3$ √ $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{-x^3 - 3x^2h - 3xh^2 - h^3 + x^3}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{-3x^2h - 3xh^2 - h^3}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{h(-3x^2 - 3xh - h^2)}{h}$ √ $= \lim_{h\to 0} -3x^2 - 3xh - h^2$ $= -3x^2$ √		Geen punte vir finale antwoord as dit nie uit vorige stappe afgelei kan word nie. Halfpunt $f(x+h)$ Halfpunt korrekte vervanging in eerste beginsels Halfpunt neem as algemene faktor h Halfpunt antwoord	(2)
3.2	3.2.1	$\frac{dy}{dx} = 6\cos 3x + 10x^4 + \frac{6}{x} + 0$ √ √ √ √	Halfpunt elke term gedifferensieer (A)	(2)
	3.2.2	$\frac{dy}{dx} = -10e^{5x} + \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}} + 2x^{-2}$ √ √ √ √ $\therefore \frac{dy}{dx} = -10e^{5x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2\sqrt{x^5}} + \frac{2}{x^2}$ √ √ √	Halfpunt elke term gedifferensieerd stap 1 Merk elke term half in wortel en positiewe eksponent waar van toepassing. Halfpunt tot in finale antwoord $\frac{dy}{dx}$	(4)

	3.2.3	$\frac{dy}{dx} = (9x^2 + 6)^{\frac{1}{3}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}(9x^2 + 6)^{-\frac{2}{3}}(18x)$ ✓ ✓ $\frac{dy}{dx} = \frac{6x}{(9x^2 + 6)^{\frac{2}{3}}}$ ✓ $= \frac{6x}{\sqrt[3]{(9x^2 + 6)^2}}$ ✓ ALTERNATIEF $Laat\ u = 9x^2 + 6\ \therefore \frac{du}{dx} = 18x$ √ $en\ y = u^{\frac{1}{3}}\ \therefore \frac{dy}{du} = \frac{1}{3}\ u^{-\frac{2}{3}}$ √ $\therefore \frac{dy}{dx} = -4(2x^3 - 4)^{-5}(6x^2)$ ✓ ✓ $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-24}{(2x^3 - 4)^5}$ $= \frac{6x}{\sqrt[3]{(9x^2 + 6)^2}}$ ✓	Een punt pas toe $y = f(x)^n\ reël$ (A) Een punt basis (A)d/dx Een punt Korrek vereenvoudig met positiewe eksponente (CA) Een punt wortelvorm antwoord Of Halfpunt - (A)du/dx Halfpunt- basis (A)dy/du Een punt - pas toe $kettingreël$ Een punt- Korrek vereenvoudig met positiewe eksponente (CA) Een punt wortelvorm antwoord	(4)
	3.2.4	$f'(x) = (4e^{3x})(3\sec^2 3x) + (12e^{3x})(\tan 3x)$ √ √ √ √	Halfpunt vir elke term wat korrek in die produkreël toegepas word	(2)
				[14]

VRAAG 4

4.1	4.1.1	$\int ydx = +3\cos 5x + 2e^{4x} + 12x^3 + 5x + c$	Halfpunt elke term geïntegreer. Halfpunt positief 3cos 5x en halfpunt c	(3)
	4.1.2	$\int ydx = \int \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{10}{x^6} - \frac{5}{3x^2} + 23\right) dx$ $= 2lnx + 3x^{\frac{2}{3}} - 2x^{-5} + \frac{5}{3}x^{-1} + 23x + c$ $= 2lnx + 3\sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{x^5} + \frac{5}{3x} + 23x + c$	Halfpunt elke term geïntegreer. Halfpunt vir 2de, 3de en 4de term vereenvoudig tot wortel en positiewe eksp. Geen punte vir c in 4.1.2 nie	(4)
	4.1.3	$\int (x^2 + 2x + 4)\, dx$ $= \frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2}x^2 + 4x + c = \frac{x^3}{3} + x^2 + 4x + c$	Halfpunt elke term in vereenvoudigde breuk Halfpunt elke geïntegreerde term Geen punt vir c nie	(3)
4.2	$x-$ afsnit $x^2 - 9 = 0\ x = -3\ of\ x = 3$ $A_1 = \int_0^3 -x^2 + 9\, dx = -\frac{x^3}{3} + 9x\Big|_0^3$ $= \left[-\frac{3^3}{3} + 9(3)\right] - \left[-\frac{0^3}{3} + 9(0)\right]$ $= 18$ (let wel... drie en 'n half punt vir A_1) $A_2 = \int_3^6 -x^2 + 9\, dx = -\frac{x^3}{3} + 9x\Big|_3^6$ $= \left[-\frac{6^3}{3} + 9(6)\right] - \left[-\frac{3^3}{3} + 9(3)\right] = -36 = 36$ Oppervlakte $= 54$ vierkantige eenhede	Halfpunt x afsnit Halfpunt korrekte grense $A_1 = \int_0^3 ydx$ (A) Merk elke integrasie half in A_1 Halfpunt vervang in 3 en 0 Halfpunt+A_1 (A) Halfpunt $A_2 = \int_3^6 ydx$ Halfpunt$-A_2$ (CA) Halfpunt A_t (CA) gebied moet positief wees.	(5)	
				[15]

VRAAG 5

5.1	5.1.1	$s(3) = -(3)^2 + 8(3) + 2$ √ $\therefore\ s = 17\text{m}$ √	Halfpunt plaasvervanger s (A) Halfpunt antwoord (A)	(1)
	5.1.2	$s'(t) = -2t + 8 = -2(3) + 8 = 2\ ms^{-1}$ √ √ √ √ Moenie penaliseer as eenhede weggelaat word nie.	Halfpunt differensiasie elke term Halfpunt plaasvervanger s'(A) Halfpunt antwoord (A)	(2)
	5.1.3	$s'' = -2\ ms^{-2}$ ✓		(1)
5.2	5.2.1	$f'(x) = 3x^2 - 8x + 1 = 3x^2 - 2qx + 1$✓ $\therefore -2q = -8$ $\therefore\ q = 4$✓	Een punt $f'(x)$ Een punt oplossing $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 26$	(2)
	5.2.2	$-2 \left\lvert \begin{array}{l} 1\ -4+1+26 \\ \downarrow\ \ -2+1\ 2-26 \\ \hline 1-6+13\ \lfloor 0 \end{array} \right.$. $\therefore x^3 - 4x^2 + x + 26 = (x+2)(x^2 - 6x + 13)$ √ √ √ $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(13)}}{2} =$ $= \dfrac{6 \pm \sqrt{-16}}{2} = \dfrac{6 \pm 4i}{2}$ ✓ $\therefore x = 3 + 2i$ ✓ and $x = 3 - 2i$ ✓ and $x = -2$ √	In $ax^2 + bx + c$ Halfpunt a Halfpunt b Halfpunt c Een punt vind antwoord van negatiewe wortel ...$4i$ Een punt elke komplekse wortel Halfpunt vir $x = -2$ gegee	

		Alternatief: $\begin{array}{r\|l} & \overset{\surd}{x^2} \quad \overset{\surd}{-6x} \quad \overset{\surd}{+13} \\ \hline x+2 & x^3 \quad -4x^2 \quad +x \quad +26 \\ & \underline{x^3 \quad 2x^2} \\ & 0 \quad -6x^2 \quad +x \\ & \underline{-6x^2 \quad -12x} \\ & 0 \quad 13x \quad +26 \\ & \underline{13x \quad +26} \\ & 0 \quad + \quad 0 \end{array}$ $\therefore x^3 - 4x^2 + x + 26 = (x+2)(x^2 - 6x + 13)$ $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(13)}}{2} =$ $\therefore \dfrac{6 \pm \sqrt{-16}}{2} = \dfrac{6 \pm 4i}{2}$ ✓ $\therefore x = \overset{\checkmark}{3 + 2i}$ and $x = \overset{\checkmark}{3 - 2i}$ and $x = \overset{\surd}{-2}$		

		Alternatief: $x^3 - 4x^2 + x + 26 = (x+2)(ax^2 + bx + c)$ $\therefore x^3$: $x^3 = ax^3 \therefore a = 1$ √ Konstante $26 = 2 \times c \ \therefore c = 13$ √ x^2: $+2ax^2 + bx^2 = -4x^2$ $\therefore 2x^2 + bx^2 = -4x^2$ $\therefore \ b = -6$ √ $\therefore x^3 - 4x^2 + x + 26 = (x+2)(x^2 - 6x + 13)$ $x = \frac{6 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{6 \pm 4i}{2}$ ✓ ✓ ✓ $\therefore x = 3 + 2i$ en $x = 3 - 2i$ en $x = -2$ √		(5)

5.3	5.3.1	Die nulle van f is $-3, 2$ en 2 $\therefore f(x) = -(x+3)(x-2)(x-2)$ √ √ √ $= (x^2 - 4x + 4)(-x - 3)$ $= -x^3 - 3x^2 + 4x^2 + 12x - 4x - 12$ $= -x^3 + x^2 + 8x - 12$ √ √ $\therefore a = 1, b = 8$ en $c = -12$. √ √ √	Merk elke faktor half Een punt kubiek Halfpunt elke a, b, c	(4)
	5.3.2	$y = -x^3 + x^2 + 8x - 12$ $\therefore \frac{dy}{dx} = -3x^2 + 2x + 8 = 0$ √ √ √ √ $\therefore x \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(-3)(8)}}{2(-3)} \quad \therefore x = \frac{-4}{3}$ $\therefore \ y = -\left(\frac{-4}{3}\right)^3 + \left(\frac{-4}{3}\right)^2 + 8\left(\frac{-4}{3}\right) - 12$ $\therefore y = -18{,}52 \quad \therefore \mathrm{D} = (1.333; -18{,}52)$ √ √	Halfpunt elke term d/dx (CA) Halfpunt gelykstaande aan nul Halfpunt x Halfpunt y	(3)
				[18]

VRAAG 6

6.1	6.1.1	a)	$\mathbf{12500x + 10000y \leq 50\,000}$ √ $\therefore \mathbf{10000y \leq 50\,000 - 12500x}$ $\therefore \mathbf{y \leq 5 - \frac{12500}{10000}x}$ $\therefore \mathbf{y \leq 5 - \frac{5}{4}x}$ √	Halfpunt beperking vergelyking Halfpunt vereenvoudigde vergelyking	(1)
		b)	$(\mathbf{1;3}), (\mathbf{1;2})(\mathbf{1;1}), (\mathbf{2;2}), (\mathbf{2;1}), (\mathbf{3;1})$ √ √ √ √	Halfpunt elk vir enige vier korrekte koördinate	(2)

6.2	6.2.1	$c = 80x + 160y$ ✓			(1)
	6.2.2	$8x + 2y \geq 16$ √ √ $x + y \geq 5$ √ √ $2x + 7y \geq 20$ √ √		Halfpunt korrekte ongelykheidsteken Merk elke vergelyking half	(3)
	6.2.3	a)	Sien ADDENDUM B		(3)
		b)	Sien ADDENDUM B		(1)
		c)	Sien ADDENDUM B		(1)
		d)	Sien ADDENDUM B		(1)
		e)	$2x + 7y = 20 \quad verg\ 1$ $x + y = 5 \quad verg\ 2$ Van $verg\ 2 \rightarrow \quad x = 5 - y$ √ Plaasvervanger in $verg\ 1 \rightarrow 2(5 - y) +$ √ √ √ $7y = 20$ $\therefore\ y = 2\ \therefore x = 3$ Die punt is $(2; 3)$ Geen punt vir slegs antw. ✓	Halfpunt manipuleer een vergelyking Halfpunt plaasvervanger in tweede vergelyking Halfpunt los *op x* Halfpunt los *y op* Analitiese oplossing vereis.	(2)
		f)	$c = 80(3) + 160(2) = R560$ ✓		(1)
	6.2.4	$K = 8x + 2y = 8 \times 2 + 2 \times 5 = 26$			(1)
					[17]

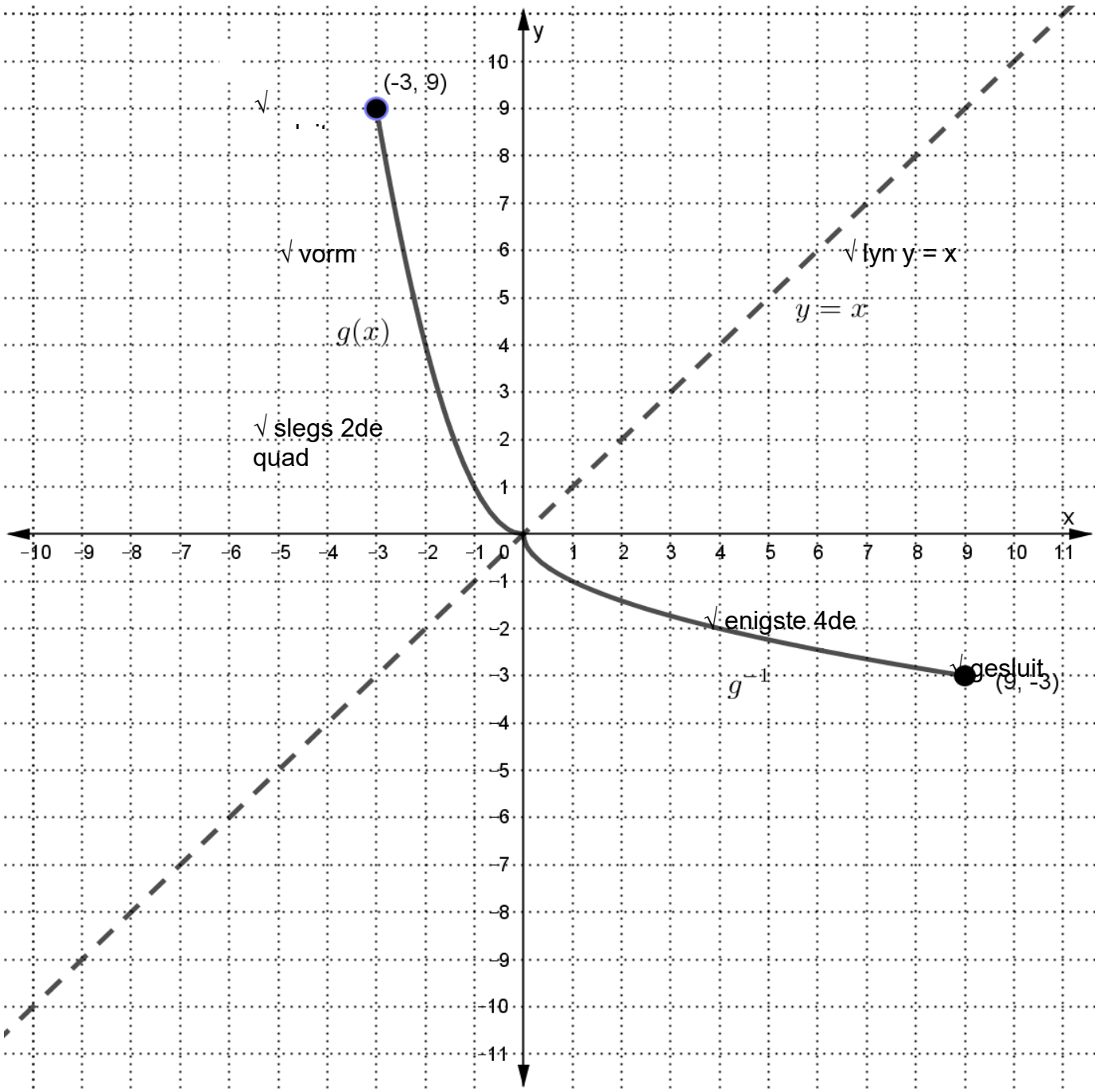
			TOTAAL	**100**

EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | | | | | |

ADDENDUM A

2.4.7



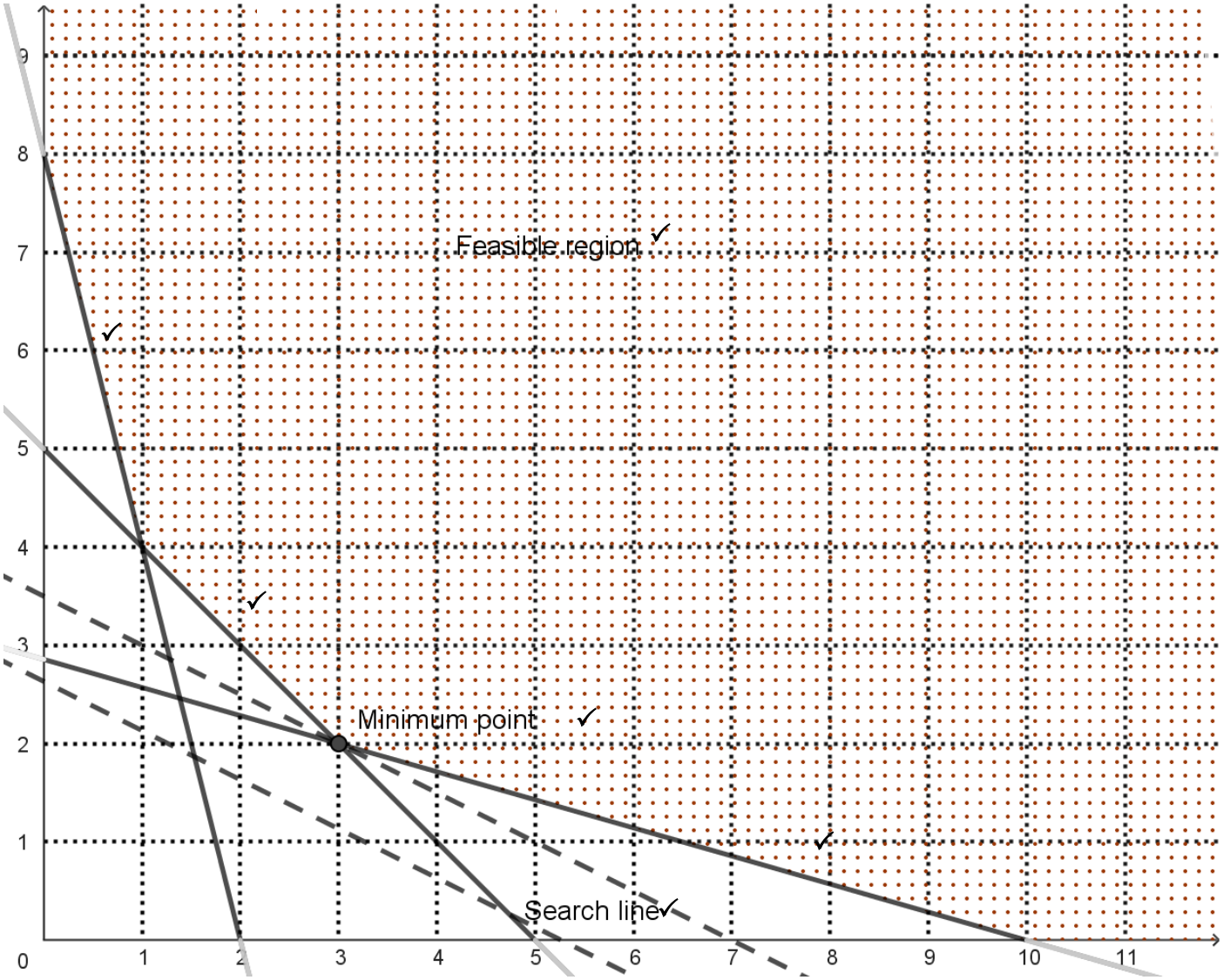
Merk elke geslote punt half
Halfpunt elk vir die gebruik van slegs 2de en 4de kwadrante
Halfpunt vir verboë vorm van $g(x)$
Halfpunt lyn $y = x$

EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | | | | | |

ADDENDUM B

6.2.3



Een punt enige soeklyn met $m = -2$
Een-punt uitvoerbaarheidsgebied
Een punt $x + y = 5$
Een punt $8x + 2y \geq 16$
Een punt $2x + 7y \geq 20$
Een punt wat korrekte minimum punt toon

Kopiereg voorbehou