higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIENRIGLYN

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

WISKUNDE
NKR-VLAK 4
(Eerste vraestel)

5 November 2024

Hierdie nasienriglyn bestaan uit 13 bladsye.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Eksaminatore word daaraan herinner dat die vak Wiskunde hom tot verskeie metodes en dus verskeie alternatiewe antwoorde leen. Sien alle wiskundig korrekte antwoorde na.

2. Die antwoorde wat in hierdie nasienriglyn verskaf word, is dus nie volledig nie. Punte word vir spesifieke beginsels toegeken en nasieners moet by die puntetoekenning hou.

3. CA: Konsekwente akkuraatheid. Volg op soos aangedui. Moenie CA as 'n wiskundige fout voorgekom het nie, wat lei tot vereenvoudiging van die probleem.

   Bv. in differensiasie as $\sqrt[3]{x}$ deur kandidaat vereenvoudig word tot 3 x … Moenie CA as $\sqrt[3]{x}$ deur die kandidaat tot $x^{\frac{2}{3}}$ vereenvoudig word nie, aangesien die probleem steeds op dieselfde vlak is.

4. Punte word per stap toegeken, maar as 'n student 'n stap weggelaat het en daar is bewyse of rede wat hy/sy by die volgende stap sonder berekening kan aflei, dan moet die punt steeds aan die student gegee word.

5. Let daarop dat punte vir vereenvoudiging toegeken word. Dit is om te onderskei tussen 'n 80 persenter en 'n 90 persenter.

6. Stappe moet nagesien word en nie net die finale antwoord nie. Regmerkies moet ooreenstem met die totaal. Maak regmerkies en kruisies netjies en leesbaar in slegs rooi pen.

7. As die antwoord nie presies lyk soos op die nasienriglyn nie, kan dit 'n alternatiewe metode wees of 'n metode wat nie aan jou as nasiener bekend is nie. Gebruik asseblief genoeg tyd om die student se antwoord te verifieer.

8. Sien al die vrae na.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

Volpunt✓ Halfpunt √ (A): Akkuraatheid (CA): Konsekwente akkuraatheid of opvolg

1.1	1.1.1	A		
	1.1.2	C		
	1.1.3	D		
	1.1.4	B		
	1.1.5	A		
			(5 × 1)	(5)
1.2	1.2.1	$z_1 = 10 + 6i$ ✓	1 punt omskakeling (A)	(1)
	1.2.2	$z_1 + z_2 = 10 + 6i + 5 - 10i$√ $= 15 - 4i$✓ Polêre vorm: $= 15{,}52\text{cis}(-14{,}93°)$√ $= 15{,}52\text{cis}(345{,}07°)$✓	Halfpunt-omskakeling z_2(A) Eenpunt-antwoord in reghoekig (CA) Halfpunt polêre antwoord met negatiewe argument (A) Een punt finale antwoord met positiewe argument binne gegewe beperking (A)	(3)
	1.2.3	$5 \times 1\,586{,}06\ \text{cis}\ 92{,}89°$ stap 1 √ √ $= 7\,930{,}3\text{cis}\ 92{,}89°$ stap 2✓	Korrekte toepassing van De Moivre: Stap 1 Halfpunt modulus Halfpunt argument Finale antwoord geen halwe punte nie Een punt korrekte antwoord stap 2 (A)	(2)
1.3		$(a + bi) = \frac{(-6 - 17i)}{(3 - 4i)} \times \frac{3 + 4i}{3 + 4i}$ √	Halfpunt vermenigvuldig met gekonjugeerde/vervoegde (A)	
		$\therefore a + bi = \frac{-18 - 24i - 51i - 68i^2}{9 - 16i^2}$√√	Halfpunt vermenigvuldig noemer (A) Halfpunt vermenigvuldig teller (A)	
		$\therefore a + bi = \frac{50 - 75i}{25}$√√	Halfpunt vereenvoudigde noemer (A) Halfpunt vereenvoudigde teller (A)	
		$\therefore a + bi = 2 - 3i$√	Halfpunt $a + bi$	
		ALTERNATIEF:		
		$(a + bi)(3 - 4i) = -6 - 17i$	Halfpunt kom by reële kwartaal 4b (A)	
		$\therefore 3a + 4b + (-4a + 3b)i = -6 - 17i$ √√	Halfpunt vergelyking 1 (A)	
		$\therefore\ 3a + 4b = -6\ eq\ 1 \times 4$√	Halfpunt vergelyking 2 (A)	
		$-4a + 3b = -17\ eq\ 2 \times 3$		
		$\therefore\ 12a + 16b = -24$		
		and $-12 + 9b = -51 \therefore 25b = 75$	Halfpunt oplossing b	
		$\therefore\ b = -3$√		
		$\therefore$ and substitute b into $3a + 4b = -6$√		
		$\therefore\ a = 2$	Halfpunt oplossing a	
		$\therefore\ a + bi = 2 - 3i$√	Halfpunt antwoord $a + bi$	(3)

1.4 $5x^2 + xy + y = 0$ $vgl\ 1$ ✓
en $y^2 - 3y - 4 = 0$ $vgl\ 2$ ✓
$\therefore (y-4)(y+1) = 0$
$\therefore y = 4$ ✓ $y \neq -1$ ✓

Halfpunt $vgl1$(A)
Halfpunt $vgl2$(A)

Halfpunt elk y

Vervang $y = 4$ in $vgl\ 1$
$\therefore 5x^2 + 4x + 4 = 0$

$\therefore x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(5)(4)}}{2(5)}$

Halfpunt wat kwadraties toepas

$x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{-64}}{10}$ ✓

$\therefore x = \dfrac{-4}{10} \pm \dfrac{8i}{10}$

Halfpunt om negatiewe wortel op te los

$x = \dfrac{-4 \pm 8i}{10}$

$\therefore x = -0{,}4 \pm 0{,}8i$ of $x = \dfrac{-2}{5} \pm \dfrac{4i}{5}$ ✓ ✓

Halfpunt denkbeeldig (A)
Halfpunt eg (A) (4)

[18]

VRAAG 2

2.1 Laat $(x+2) = 0 \therefore x = -2$

$(-2)^3 + 9(-2)^2 + 26(-2) + 24 = 0$ ✓

Halfpunt vervanging (A)

$x + 2$ is 'n faktor ✓

Halfpunt antwoord (A) (1)

2.2 Laat $(x+1) = 0$; $(x-3) = 0$ en $-3c = b$
$\therefore x = -1$ of $x = 3$ ✓ ✓

Halfpunt plaasvervanger $x = 3$
Halfpunt plaasvervanger $x = -1$

Vir $x = 3$:
$\therefore (3)^3 - a(3)^2 + a(3) + b = 0$
$-6a + b = -27$ $vgl\ 1$ ✓

Halfpunt $vgl\ 1$(CA)

Vir $x = -1$:
$\therefore (-1)^3 - a(-1)^2 + a(-1) + b = 0$
$-2a + b = 1$ $vgl\ 2$ ✓
$vgl2 - vgl1 \therefore 4a = 28$
$\therefore a = 7$ ✓

Halfpunt $vgl\ 2$(CA)

Een punt korrek a(A)

Vervang in *vgl* 2:
$\therefore 2(7) + b = 1$
$\therefore b = 15$ ✓

Een punt korrek b(A)

$-3c = b$ $vgl\ 3$ $\therefore c = \dfrac{15}{-3} = -5$ ✓

Een punt korrek$c$ (A)

ALTERNATIEF:

Van $vgl\ 2$:

$b = 1 + 2a$

Vervang $vgl\ 1$:

$\therefore -6a + (1 + 2a) = -27 \quad vgl\ 1$
$\therefore a = 7$

Vervang in *vgl* 2:

$\therefore 2(7) + b = 1$
$\therefore \quad b = 15$

$-3c = b \quad vgl\ 3$

Laaste terme vermenigvuldig:

$\therefore c = \frac{15}{-3} = -5$ (5)

2.3 2.3.1 $g(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 = 3$✓ Een punt antwoord (1)

2.3.2 $f^{-1}(x): x = 2y + 3$

$\therefore f^{-1}(x) \rightarrow y = \frac{x-3}{2}$✓ Een punt antwoord y = … (1)

2.3.3 $(a + 2)^2 - [2(a + 2) + 3] = 0$
$\therefore a^2 + 4a + 4 - 2a - 4 - 3 = 0$✓ Een punt vereenvoudig
$\therefore \quad a^2 + 2a - 3 = 0$✓ Een punt kom by kwadratiese
$\therefore a = -3$√ of $a = 1$ √ Halfpunt elke waarde van a (3)

2.3.4 $f(-1) = 2(-1) + 3 = 1$√ Halfpunt beginwaarde (A)
$f(2) = 2(2) + 3 = 7$√ Halfpunt eindwaarde (A)

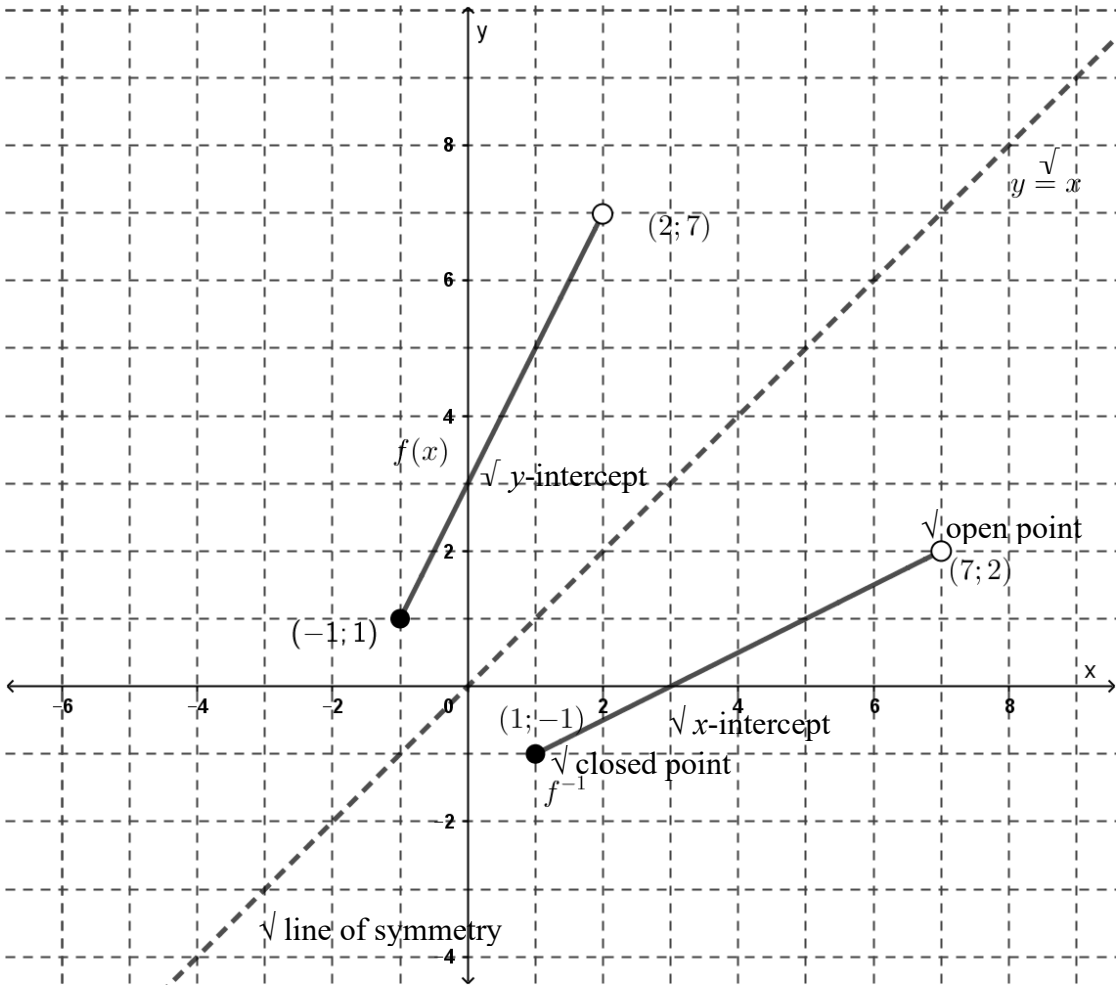
$\therefore f^{-1}(x)$ domein $\{x: 1 \overset{\surd}{\leq} x \overset{\surd}{<} 7; x \in \mathrm{R}\}$ Halfpunt elke korrek
van $x \in [1; 7)$ vir $x \in R$ ongelykheidsteken (A) (2)

2.3.5 LHS: $f(\overset{\surd}{f^{-1}}(x)) = 2\left(\frac{x-3}{2}\right) + 3 = x$ √ Half plaasvervanger $f^{-1}(x)\ in\ f(x)$
Half plaasvervanger $f(x)\ in\ f^{-1}(x)$

RHS: $f^{-1}(\overset{\surd}{f}(x)) = \frac{(2x+3)-3}{2} = x$ √ Halfpunt los LHS op
Halfpunt los RHS op

$\therefore$ LHS = RHS✓ Een puntLHS = RHS (3)

2.3.6



Halfpunt oop punt by$(7; 2)$
Halfpunt geslote punt by$(1; -1)$
Halfpunt x-afsnit by$x = 3$
Halfpunt lyn $y = x$
Halfpunt byskrif $y = x$
Halfpunt y-afsnit van $y = 3$ (3)

[19]

VRAAG 3

3.1 $f(x) = -\frac{2}{x}$

$\therefore\ f(x+h) = -\frac{2}{x+h}$

Geen punte vir finale stap as daar geen bewyse van eerste beginsels is nie.

Halfpunt$f(x+h)$

$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-(f(x))}{h}\surd$

Halfpunt korrekte vervanging in eerste beginsels

$= \lim_{h\to 0}\frac{-\frac{2}{x+h}+\frac{2}{x}}{h}\surd$

Halfpunt wat breuke byvoeg

$= \lim_{h\to 0}\frac{-2x+2x+2h}{(x+h)(x)}\times\frac{1}{h}\surd$

Halfpunt vereenvoudig $f(x+h)-(f(x))$

$= \lim_{h\to 0}\frac{2h}{(x+h)(x)h}\surd$

$= \lim_{h\to 0}\frac{2}{(x+h)(x)}\surd$

Halfpunt kanselleer h as gemeenskaplike faktor

$= \frac{2}{x^2}\surd$

Halfpunt antwoord

(3)

3.2 3.2.1 $\frac{dy}{dx} = -15\sin 5x\surd + 8e^{4x}\surd + 36x^2\surd + 0\surd$

Halfpunt elke term gedifferensieer (A)

(2)

3.2.2 $\frac{dy}{dx} = \frac{2(3)}{3x}\surd - \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}\surd + 10x^{-6}\surd - \frac{5}{3}x^{-2}\surd$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{x} - \frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}}\surd + \frac{10}{x^6}\surd - \frac{5}{3x^2}\surd$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{x} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\surd + \frac{10}{x^6} - \frac{5}{3x^2}\surd$

Halfpunt elke kwart gedifferensieerde stap 2 (A)
Halfpunt elke kwart positiewe uitsp. waar van toepassing stap 3 (CA)
Halfpunt elke kwart korrek in wortelvorm finale antwoord (A)
Halfpunt$\frac{dy}{dx}$

(5)

3.2.3 $\frac{d}{dx}[f(x).g(x)] = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$

$\therefore \frac{dy}{dx} = (3e^{4x})\surd(3cos3x) + 12(e^{4x})\surd(sin3x)$

$\therefore \frac{dy}{dx} = (9e^{4x})\surd(cos3x) + 12(e^{4x})\surd(sin3x)$

Halfpunt elke korrekte vervanging in produkreël (A)

(2)

[12]

VRAAG 4

Laat die antwoord met positiewe eksponente en in wortelvorm waar van toepassing:

4.1 4.1.1 $2\sin 3x + 2x^5 + 6\ln x + \frac{5}{2}x^2 + c$ √

Halfpunt elke kwart (2)

4.1.2 $= -\frac{10e^{5x}}{5} + \frac{\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{3}{2}x^{\left(\frac{2}{3}\right)}}{-\frac{2}{3}} + \frac{2x^{-1}}{-1} + c$ √

$= -2e^{5x} + 3\sqrt{x} + \frac{9}{4\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x} + c$

Halfpunt elke kwart geïntegreer

Halfpunt 2de en 3de kwart in wortel

Halfpunt 1ste en 4de vereenvoudig (4)

4.1.3 $\int \left(\frac{4x^2-1}{2x-1}\right) dx = \int \left(\frac{(2x-1)(2x+1)}{(2x-1)}\right) dx$ √

$= \int 2x + 1\, dx$

$= \frac{2x^2}{2} + x + c = x^2 + x + c$ √

Halfpunt faktoriseer verskil in vierkante (A)

Halfpunt elke geïntegreerde en vereenvoudigde term (CA)

Halfpunt c(A) (2)

4.2 4.2.1 $s = \int 2t + 3\ dt$✓

$s = t^2 + 3t\ + c$✓

Een punt elke kwart geïntegreer (A) (2)

4.2.2 (a) $s = t^2 + 3t\ + c$
$2 = 0^2 + 3(0) + c \therefore c = 2$
$\therefore\ s = t^2 + 3t\ + 2$✓

Een punt c opgelos (1)

(b) By $t = 5$
$s = (5)^2 + 3(5) + 2 = 42$ m✓

Een punt bevinding s (1)

4.3 $\int_4^{10} \frac{50}{x} dx = 50\ln x \Big|_4^{10}$ √ √ √ √

$= [50\ln 10\ ] - [50\ln 4]$

$= 115{,}13 - 69{,}31$

$= 45{,}82\ u^2$✓

Halfpunt $\int_4^{10} y\ dx$
Halfpunt-integrasie
Halfpunt subst. elke grens

Een punt antwoord (3)

[15]

VRAAG 5

5.1 5.1.1 $\boldsymbol{s(2) = 10(2)^3 + 5(2) + 10 = 100\ \text{m}}$✓ Een punt antwoord (A) (1)

5.1.2 $s'(5) = 30(5)^2 + 5$✓
$= 755$ m/s✓
Een punt in plaasvervanger s' (A)
Een punt antwoord (CA) (2)

5.1.3 $s''(t) = 60t$√
Versnelling is $60(3) = 180\ \text{ms}^{-2}$ √
Halfpunt bevinding s''(A)
Halfpunt antwoord (A) (1)

5.1.4 $s'(t) = 30t^2 + 5 = 500$✓
$\therefore \quad 30t^2 - 495 = 0$
$\therefore \quad 2t^2 - 33 = 0$

$\therefore t = \dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{2}}$

$= 4{,}06$ s✓
Een punt $s'$is gelyk aan 500

Een punt los op t(A) (2)

5.2 5.2.1 $x = 3$ is die wortel, $\rightarrow (x - 3)$is 'n faktor (1)

5.2.2
$$3 \left| \begin{array}{l} \overrightarrow{1 - 7 + 17 - 15} \\ \downarrow \quad 3 - \quad 12 + 15 \quad \surd\surd \\ \overline{1 \ -4 + 5 \ \lfloor \ 0} \end{array} \right.$$

In $ax^2 + bx + c$

Halfpunt a(A)
Halfpunt b(A)
Halfpunt c(A)

$\therefore$ Faktore is $(x - 3)(x^2 - 4x + 5)$ √

$\therefore x = 3$ (gegee)Geen punte nie

Halfpunt met toepassing van kwadratiese formule (A)

of $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(5)}}{2}$ √

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$√

Halfpunt elke werklike waarde (A)
Halfpunt elke denkbeeldige waarde (A)

$\therefore x = 2 + i$√ of $x = 2 - i$√

ALTERNATIEF:

In $ax^2 + bx + c$
Halfpunt a(A)
Halfpunt b(A)
Halfpunt c(A)
Halfpunt met toepassing van kwadratiese formule (A)
Halfpunt elke werklike waarde (A)
Halfpunt elke denkbeeldige waarde (A)

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - 4x + 5 \\ \hline x - 3 & x^3 - 7x^2 + 17x - 15 \\ & x^3 - 3x^2 \\ \hline & 0 \quad -4x^2 + 17x \\ & \quad -4x^2 + 12x \\ \hline & \quad 0 \quad 5x - 15 \\ & \quad\quad 5x - 15 \\ \hline & \quad\quad 0 + 0 \end{array}$$

Faktore is $(x - 3)(x^2 - 4x + 5)$

$\therefore x = 3$ (gegee) Geen punte nie

of $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(5)}}{2}$

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$

$\therefore\ x = 2 + i$ of $x = 2 - i$

ALTERNATIEF:

$x^3 - 7x^2 + 17x - 15 = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$

$\therefore x^3$: $x^3 = ax^3 \therefore a = 1$

Konstante $-15 = -3 \times c \ \therefore c = 5$

x^2: $-3ax^2 + bx^2 = -7x^2$

$\therefore \quad -3x^2 + bx^2 = -7x^2$

$\therefore\ b = -4$

$\therefore (x - 3)(x^2 - 4x + 5)$ faktore is

$\therefore x = 3$ (gegee)

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(5)}}{2}$

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$

$\therefore x = 2 + i$ of $x = 2 - i$ (4)

5.2.3 $g(x) = x^3 - 7x^2 + 17x - 15$

$\therefore g'(x) = 3x^2 - 14x + 17$√ Halfpunt g'(A)

$g''(x) = 6x - 14$√ Halfpunt g"(A)

By POI $g"(x) = 0 \rightarrow 6x - 14 = 0$

$\therefore x = \frac{7}{3} \cong 2{,}33$✓ Een punt x (A)

$y = \left(\frac{7}{3}\right)^3 - 7\left(\frac{7}{3}\right)^2 + 17\left(\frac{7}{3}\right) - 15 \approx -0{,}74$ of $\frac{-20}{27}$✓ Een punt y (CA)

POI $= \left(\frac{7}{3}; -0{,}74\right)$ (3)

5.2.4 $g'(x) = 3x^2 - 14x + 17$ Halfpunt vervang in g' (A)

Gradiënt $= 3(2)^2 - 14(2) + 17 = 1$√ Halfpunt antwoord (CA) (1)

5.3 $y = \frac{k}{x} \therefore y = kx^{-1} \therefore \frac{dy}{dx} = -kx^{-2}$

$\rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{k}{x^2}$✓ Een punt $\frac{dy}{dx}$

Vervang a:

$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{k}{a^2} =$ gradiënt Vervang punt in $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\therefore y - \frac{k}{a} = -\frac{k}{a^2}(x - a)$ √

$\therefore y = -\frac{k}{a^2}x + 2\frac{k}{a}$ √

of $a^2y + kx - 2ka = 0$✓ Een punt vergelyking (3)

[18]

VRAAG 6

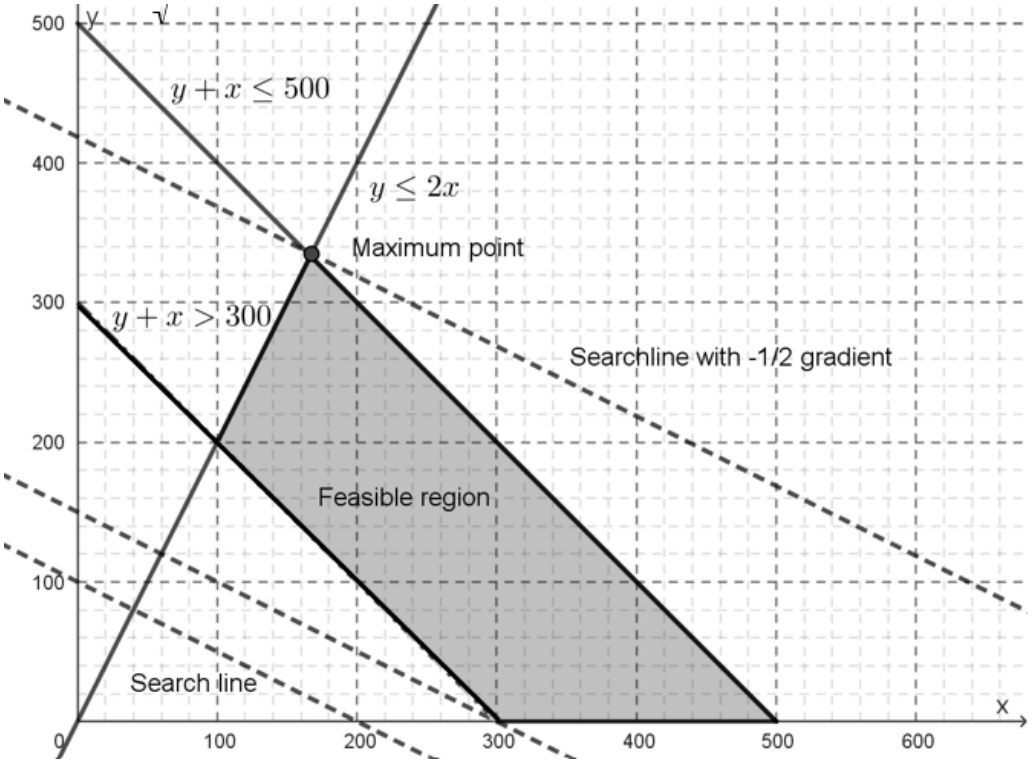
6.1 6.1.1 $y \overset{\surd}{\leq} 2x$ Halfpunt elke vergelyking

$500 - (x + y) \overset{\surd}{<} 200$

$\therefore x + y \overset{\surd}{>} 300$ Halfpunt elke ongelykheidsteken

$x + y \overset{\surd}{\leq} 500\overset{\surd}{}$ (3)

6.1.2
(a)
(b)
(c)



Een punt maksimumpunt✓
Een punt uitvoerbaarheidsgebied✓
Een punt $x + y \leq 500$✓
Een punt $x + y > 300$ ✓
Een punt $y \leq 2x$✓
Een punt soeklyn met gradiënt $-\frac{1}{2}$✓ (6)

(d) $x + y = 500 \quad vgl\ 1$
$y = 2x \quad vgl\ 2$

Vervang $vgl\ 2$ in $vgl\ 1$:
$\therefore 3x = 500$

$\therefore x = 166{,}67$✓
$\rightarrow y = 333{,}33$✓

Die vraag stel dat analitiese metode gevolg moet word. Geen punte as instruksie nie gevolg is nie.
Een punt x
Een punt y (2)

	(e)	Maksimumkoste $c = 20x + 30y + 10(500 - (x + y)$ $\therefore c = 20(166{,}67) + 30(333{,}33) + 10(500 - (500))$ $\therefore$ koste $=$ R133,33✓ Om R20 wins te kry, moet die prys wees R133,33 + R20 = R153,33✓	Vervang punt in kostevergelyking (CA 6.1.2 d) Een punt koste voor wins Een punt koste met wins Antwoord moet in rand wees	(2)
6.2	6.2.1	$14x + 35y \overset{\surd}{\leq} 1\,400of2x + 5y \leq \overset{\surd}{200}$ $\boldsymbol{x + y \geq 50}\surd$ $y \geq 20\surd$	Halfpunt elke ongelykheidsteken Halfpunt elke vergelyking	(2)
	6.2.2	D		(1)
	6.2.3	Nee.✓ $14x + 35y \leq 1\,400$ is beperking $14(62) + 35(24) = 1\,708 > 1\,400$✓		(2) **[18]**

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou