higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N5

(16030175)

21 November 2024 (X-vraestel)
09:00–12:00

Wetenskaplike sakrekenaars en tekeninstrumente mag gebruik word.

Hierdie vraestel bestaan uit 6 bladsye en 'n formuleblad van 5 bladsye.

063Q1E2421

Kopiereg voorbehou

DEPARTEMENT VAN HOËR ONDERWYS EN OPLEIDING
REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA

NASIONALE SERTIFIKAAT
WISKUNDE N5
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord al die vrae.
2. Lees al die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Toon alle tussenstappe en vereenvoudig waar moontlik.
5. Alle finale antwoorde moet tot DRIE desimale plekke afgerond word.
6. Vrae mag in enige volgorde beantwoord word, maar onderafdelings van vrae moet bymekaar gehou word.
7. Sketse moet groot, netjies en volledig benoem wees.
8. Gebruik slegs 'n swart of 'n blou pen.
9.. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Definieer die volgende limiete:

1.1.1 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(1+e^x)}{5x}$ (3)

1.1.2 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^x - 2^x}{x^2 - x}$ (2)

1.2 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $f(x)$ kontinu is indien

$$f(x) = \frac{3x + \sin x}{\sqrt{2-x}}$$ (1)

[6]

VRAAG 2

2.1 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ in elk van die volgende gevalle:

(Vereenvoudiging is NIE nodig nie)

2.1.1 $y = \cot^4 \sqrt{\tan 3x^2}$ (5)

2.1.2 $y = \tan\left(\sqrt{\dfrac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}}\right)$ (5)

2.2 Bereken $\frac{dy}{dx}$ if $y = \left(\frac{1}{x}\right)^{3x^2+2}$ met behulp van logaritmiese differensiasie. (5)

2.3 $x = 3 + \sqrt{x^2 + y^2}$

2.3.1 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ (4)

2.3.2 Bepaal die vergelyking van die tangens tot die grafiek by punt $(4, 3)$. (3)

[22]

VRAAG 3

3.1 Gegee:

$f(x) = 2x^3 - 3x - 2$

3.1.1 Bepaal die koördinate van die draaipunte van $f(x)$. (3)

3.1.2 Teken 'n tabel van x en $f(x)$, waar x strek van $x = -2$ tot $x = 2$. (2)

3.1.3 Teken 'n netjiese grafiek van $f(x)$ tussen hierdie twee waardes om die draaipunte op die grafiek te toon. (2)

3.1.4 Een wortel van die vergelyking $2x^3 - 3x - 2 = 0$ is naby aan 1,4. Gebruik Taylor/Newton se metode TWEE keer om 'n beter benadering van hierdie wortel te bepaal (wortel korrek tot DRIE desimale syfers). (4)

3.2 Bepaal die afmetings van 'n reghoek met 'n omtrek van 300 m met 'n oppervlakte wat so groot as moontlik is. (5)

3.3 'n Posisie van 'n deeltjie word deur die vergelyking

$$s(t) = e^{-t} \ln 3t$$

gegee waar $s(t)$ in meter en t in sekondes gemeet word.

3.3.1 Verkry 'n uitdrukking vir snelheid. (1)

3.3.2 Wat is die versnelling van die deeltjie teen $t = 2s$? (3)

[20]

VRAAG 4

4.1 Bepaal $\int y\,dx$ in elk van die volgende gevalle:

4.1.1 $y = 2\sec^2\left(\frac{\pi}{3}x\right)\tan\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ (3)

4.1.2 $y = \sin(-6x)\sin(3x)$ (3)

4.1.3 $y = \sin^2\left(\frac{3}{4}x\right)$ (3)

4.1.4 $y = \frac{4x^3 - 6x^2 - 10x + 9}{2x - 1}$ (5)

4.1.5 $y = \cos(-x)\,e^{-4x}$ (5)

4.2 Bepaal $\int y\,dx$ deur die integraal in parsiële breuke op te los:

$y = \frac{x - 4}{2x^2 - 5x - 3}$ (5)

[24]

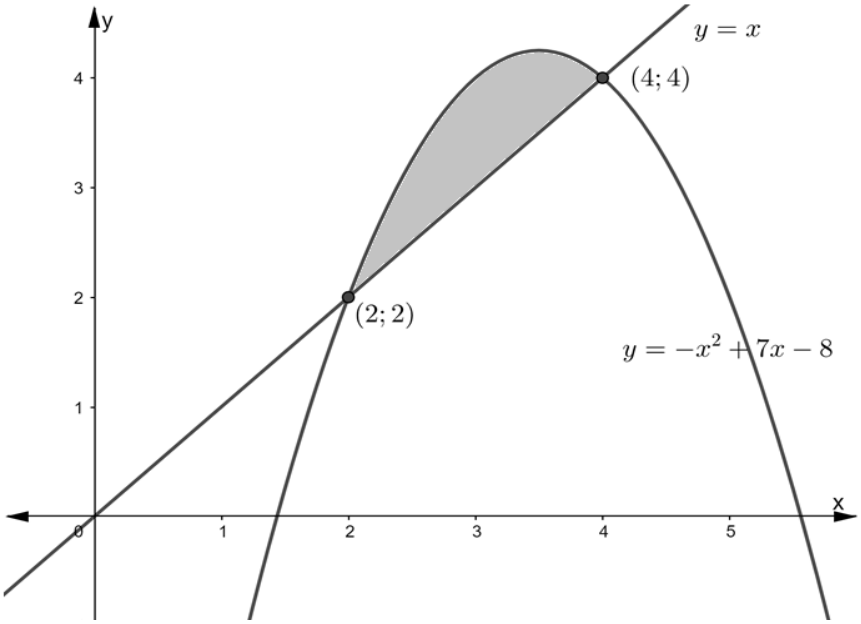
VRAAG 5

5.1 Indien $f(8) = 0$ en $\int_0^8 f(x)\,dx = -12$, evalueer dan $\int_0^8 xf'(x)\,dx$ (4)

5.2 Evalueer die volgende integraal:

$$\int_0^{\infty} 4^{-x}\,dx \quad (3)$$

5.3 Die grafiek van die funksies $y = -x^2 + 7x - 8$ en $y = x$ is hier onder gegee:



5.3.1 Bereken die grootte van die gebied wat deur die grafieke begrens word. (3)

5.3.2 Bereken die volume van die omwentelingsliggaam wanneer die area in VRAAG 5.3.1 om die *x*-as geroteer word. (4)

5.4 Bereken die tweede oppervlakmiddelpunt van 'n sirkulêre lamina met 'n radius van 15 cm en om 'n as deur die middelpunt daarvan en loodreg op die vlak van die lamina. (6)

[20]

VRAAG 6

6.1 Bepaal die partikuliere oplossing van:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x + 2xy^2}{y} \qquad y(0) = -2$$ (5)

6.2 Bepaal die partikuliere oplossing van:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = (x + 2)^2 - 3$$ (3)

[8]

TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou

WISKUNDE N5

FORMULEBLAD

Enige toepaslike formule mag ook gebruik word.

TRIGONOMETRIE

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$

$1 + \cot^2 x = \text{cosec}^2 x$

$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$\sin^2 A = ½ - ½ \cos 2A$

$\cos^2 A = ½ + ½ \cos 2A$

$\sin (A \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A$

$\cos (A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

$$\tan (A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

$\sin A \cos B = ½ [\sin (A + B) + \sin (A - B)]$

$\cos A \sin B = ½ [\sin (A + B) - \sin (A - B)]$

$\cos A \cos B = ½ [\cos (A + B) + \cos (A - B)]$

$\sin A \sin B = ½ [\cos (A - B) - \cos (A + B)]$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} ; \sin x = \frac{1}{\text{cosec } x} ; \cos x = \frac{1}{\sec x}$$

Kopiereg voorbehou

BINOMIAALSTELLING

$$(x+h)^n = x^n + nx^{n-1}\,h + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}\,h^2 + \ldots$$

DIFFERENSIASIE

$$e = -\frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$r = a + e$$

PRODUKREËL

$$y = u(x)\,.\,v(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = u\,.\,\frac{dv}{dx} + v\,.\,\frac{du}{dx}$$

$$= u\cdot v' + v\cdot u'$$

KWOSIËNTREËL

$$y = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v\,.\,\frac{du}{dx} - u\,.\,\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$= \frac{v\cdot u' - u\cdot v'}{v^2}$$

KETTINGREËL

$$y = f(u(x))$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

Kopiereg voorbehou

$f(x)$	$\frac{d}{dx} f(x)$	$\int f(x)dx$
ax^n	nax^{n-1}	$\frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$
a	0	$ax + c$
e^x	e^x	$e^x + c$
a^x	$a^x.\ln a$	$\frac{a^x}{\ln a} + c$
$\log_e x$	$\frac{1}{x}$	—
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	—
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x + c$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$\ln(\sec x) + c$
$\cot x$	$-\text{cosec}^2 x$	$\ln(\sin x) + c$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$	$\ln[\sec x + \tan x] + c$
$\text{cosec } x$	$-\text{cosec } x \cdot \cot x$	$\ln(\text{cosec} x - \cot x) + c$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	—
$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	—
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	—
$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	—
$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	—
$\text{cosec}^{-1} x$	$\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$	—

Kopiereg voorbehou

$f(x)$	$\frac{d}{dx} f(x)$	$\int f(x)dx$
$\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	—	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\frac{1}{a^2 + x^2}$	—	$\frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}}$	—	$\frac{1}{a}\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\sqrt{a^2 - x^2}$	—	$\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + c$
$\frac{1}{x^2 - a^2}$	—	$\frac{1}{2a} ln\left(\frac{x - a}{x + a}\right) + c$
$\frac{1}{a^2 - x^2}$	—	$\frac{1}{2a} ln\left(\frac{a + x}{a - x}\right) + c$

INTEGRASIE

$\int f(x)\, g'(x)\, dx = f(x)\, g(x) - \int f'(x)\, g(x)\, dx$

$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln f(x) + c$

$\int [f(x)]^n f'(x)\, dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$

$\frac{f(x)}{(ax + b)(cx + d)} = \frac{A}{ax + b} + \frac{B}{cx + d}$

$\frac{f(x)}{(x + a)^n} = \frac{A}{(x + a)} + \frac{B}{(x + a)^2} + \frac{C}{(x + a)^3} + \cdots \frac{Z}{(x + a)^n}$

TOEPASSINGS VAN INTEGRASIE

OPPERVLAKTE

$$A_x = \int_a^b y\,dx\,;\; A_x = \int_a^b (y_1 - y_2)\,dx$$

$$A_y = \int_a^b x\,dy\,;\; A_y = \int_a^b (x_1 - x_2)\,dy$$

VOLUMES

$$V_x = \pi\int_a^b y^2\,dx\,;\; V_x = \pi\int_a^b \left(y_1^2 - y_2^2\right)dx$$

$$V_y = \pi\int_a^b x^2\,dy\,;\; V_y = \pi\int_a^b \left(x_1^2 - x_2^2\right)dy$$

TWEEDE OPPERVLAKTEMOMENT

$$I_x = \int_a^b r^2\,dA\,;\; I_y = \int_a^b r^2\,dA$$

INERSIEMOMENT

Massa = digtheid × volume

$M = \rho V$

DEFINISIE: I = m r2

ALGEMEEN: $I = \int_a^b r^2\,dm = \rho\int_a^b r^2\,dV$

Kopiereg voorbehou