higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)

WISKUNDE
NKR-VLAK 4
(Eerste vraestel)

(10501064)

5 November 2024 (X-vraestel)
09:00–12:00

Nieprogrammeerbare wetenskaplike sakrekenaars mag gebruik word.

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 2 bylaes en 'n formuleblad van 2 bladsye.

018Q1N2405

Kopiereg voorbehou

DEPARTEMENT VAN HOËR ONDERWYS EN OPLEIDING
REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA

NASIONALE SERTIFIKAAT (BEROEPSGERIG)
WISKUNDE
NKR-VLAK 4
(Eerste vraestel)
TYD: 3 UUR
PUNTE: 100

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Beantwoord al die vrae.
2. Lees al die vrae aandagtig deur.
3. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
4. Begin elke afdeling op 'n nuwe bladsy.
5. Laat ten minste DRIE reëls oop na elke vraag.
6. Diagramme is nie volgens skaal geteken nie.
7. Rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Gebruik slegs 'n swart of blou pen.
9. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Verskeie opsies word as moontlike antwoorde vir die volgende vrae gegee. Kies die antwoord en skryf slegs die letter (A–D) langs die vraagnommer (1.1.1–1.1.5) in die ANTWOORDBOEK neer.

1.1.1 As $z_1 = 2 - 3i$ en $z_2 = -3 + 2i$, dan is $z_1.z_2 =$

A $13i.$
B $-1 - i.$
C $-12 + 5i.$
D $-6 - 6i.$

1.1.2 $3i^2 - i^5$ vereenvoudig sal wees ...

A $6i - 5i^4.$
B $2i^{-3}.$
C $-3 - i.$
D $i^2(3 - i^3).$

1.1.3 $(x - 3i)(x + 3i)$ volledig vereenvoudig is …

A $(x^2 - 3xi - 9i^2).$
B $(x^2 - 9).$
C $2x.$
D $(x^2 + 9).$

1.1.4 As die komplekse getalle $z_1 = 3\text{cis}30°$ en $z_2 = 30\text{cis}45°$, dan is $z_1 \times z_2 =$...

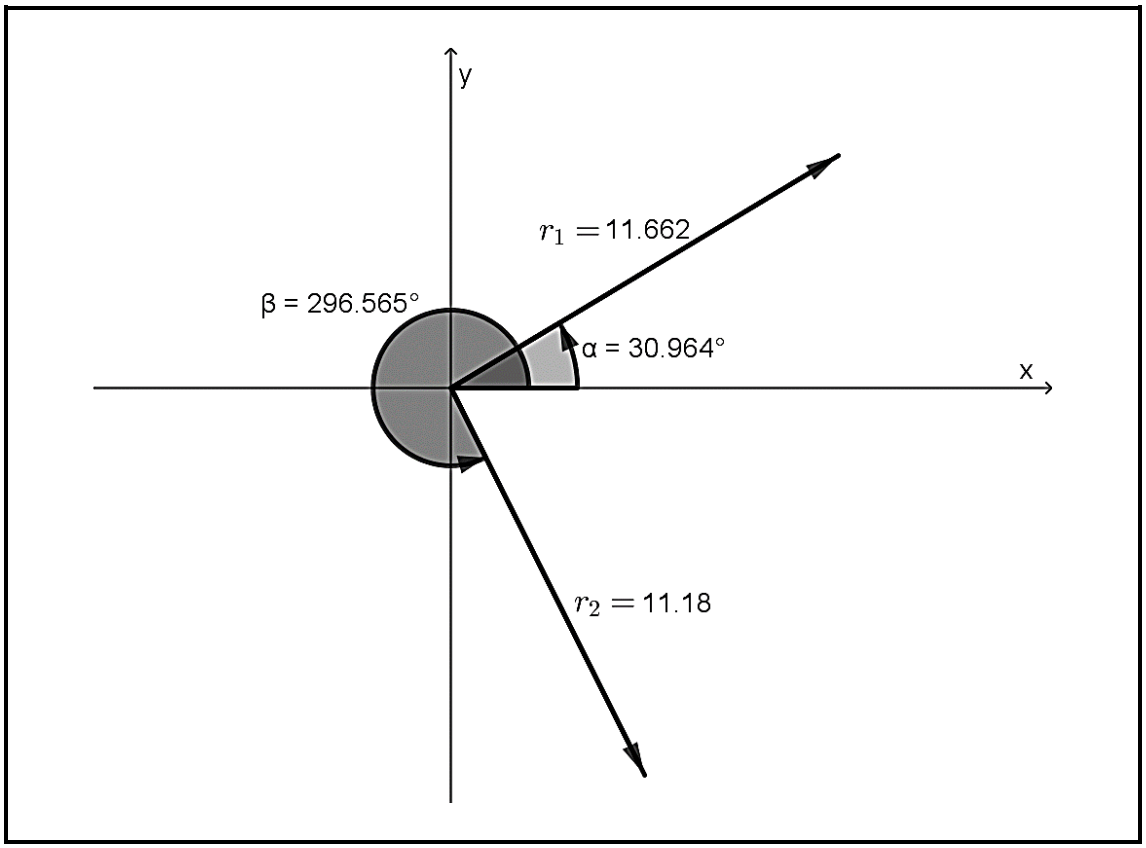
A $30^3\text{cis}(30° \times 45°).$
B $90\text{cis}75°.$
C $33\text{cis}75°.$
D $90\text{cis}(30° \times 45°).$

1.1.5 As $16i^2 + xi = 32i - 16$, is die waarde van x ...

A $32.$
B $24.$
C $32 + 31i.$
D $-16.$

(5 × 1) (5)

1.2 Gegee $z_1 = r_1\text{cis}\,\alpha°$ en $z_2 = r_2\text{cis}\,\beta°$.



1.2.1 Skryf z_1 in die standaardvorm. (1)

1.2.2 Bepaal $z_1 + z_2$. Laat die antwoord in polêre vorm met 'n positiewe argument waar $0 \leq \theta \leq 360$. (3)

1.2.3 Pas De Moivre se stelling toe om $5 \times (z_1)^3$ te bereken. Laat die antwoord in polêre vorm met 'n positiewe argument waar $0 \leq \theta \leq 360$. (2)

1.3 Gegee: $(a + bi)(3 - 4i) = -6 - 17i$

Los op $a + bi$. (3)

1.4 Gegee: $5x^2i - 4 = 3yi^4 + y^2i^2 - y(xi + i)$

Los x en y op waar $y \in N$. (4)

[18]

VRAAG 2

2.1 Bewys dat $(x+2)$ 'n faktor is van $x^3+9x^2+26x+24$. (1)

2.2 As $(x+1)(x-3)(x+c)$'n faktor is van x^3-ax^2+ax+b, bepaal die waardes van a , b en c. (5)

2.3 $f(x)=2x+3$ waar $\{x: -1 \leq x < 2; x \in \text{R}\}$ en $g(x): y=x^2$ met domein $x \in R$.

2.3.1 Bepaal die waarde van $g(\sqrt{3})$. (1)

2.3.2 Bepaal die vergelyking van $f^{-1}(x)$ in die vorm y = … (1)

2.3.3 Bepaal die waarde van a as $g(a+2)-f(a+2)=0$. (3)

2.3.4 Skryf die domein neer vir $f^{-1}(x)$. (2)

2.3.5 Bewys dat $f\left(f^{-1}(x)\right)=f^{-1}(f(x))$. (3)

2.3.6 Teken 'n netjiese grafiek van $f(x)$ en $f^{-1}(x)$ op dieselfde assestelsel op ADDENDUM A (aangeheg), wat die aard van die begin- en eindpunte op die grafieke duidelik aantoon. Wys ook die reël waaroor $f(x)\ vir\ f^{-1}(x)$ reflekteer en benoem dit. (3)

[19]

VRAAG 3

3.1 Gegee die volgende vergelyking: $f(x)=-\frac{2}{x}$

Bepaal die afgeleide van $f(x)$ deur eerste beginsels te gebruik. Wys alle stappe. (3)

3.2 Gebruik differensiasiereëls om die afgeleides van die volgende te bepaal, en laat die antwoorde met positiewe eksponente en in wortelvorm waar van toepassing:

3.2.1 $y=3\cos 5x+2e^{4x}+12x^3+ln8$ (2)

3.2.2 $y=2ln3x-\sqrt[3]{x^2}-\frac{2}{x^5}+\frac{5}{3x}$ (5)

3.2.3 $y=3e^{4x}.\sin 3x$ (2)

[12]

VRAAG 4

4.1 Bepaal die volgende integrale en vereenvoudig die antwoorde. Laat die antwoorde met positiewe eksponente en in wortelvorm waar van toepassing:

4.1.1 $\int (6\cos 3x + 10x^4 + \frac{6}{x} + 5x)\,dx$ (2)

4.1.2 $\int \left(-10e^{5x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2\sqrt[3]{x^5}} + \frac{2}{x^2}\right) dx$ (4)

4.1.3 $\int \left(\frac{4x^2 - 1}{2x - 1}\right) dx$ (2)

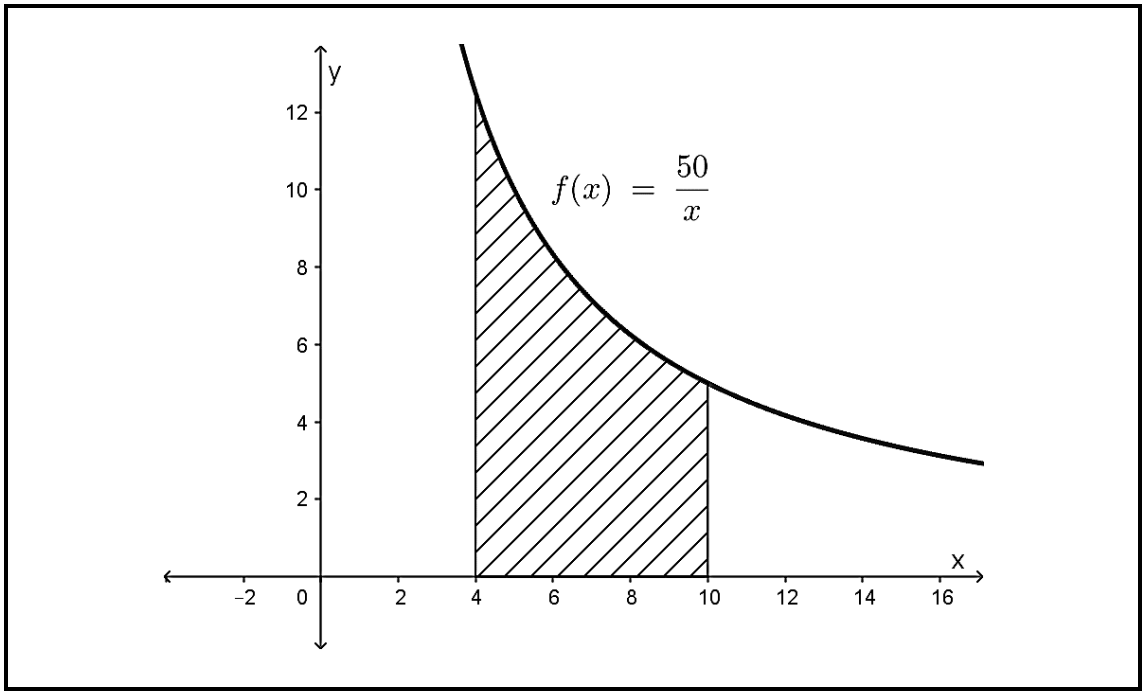
4.2 'n Deeltjie beweeg sodat $v = 2t + 3$ waar *v* snelheid in meter per sekonde en *t* tyd in sekondes is. Gegee: $s = \int v\,dt$ waar *s* staan vir afstand in meter.

4.2.1 Vind 'n uitdrukking vir *s* (afstand) in terme van *t* in die mees algemene vorm. Pas integrasie toe om 'n antwoord af te lei. (2)

4.2.2 (a) Bepaal gevolglik die waarde van *c* (die konstante waarde) uit VRAAG 4.2.1 indien gegee dat *s* = 2 wanneer *t* = 0. (1)

(b) Bereken die afstand (*s*) by *t* = 5. (1)

4.3 Bestudeer die grafiek hier onder en bereken die grootte van die ingekleurde area deur integrasie te gebruik.



(3)

[15]

VRAAG 5

5.1 Die afstand *s*, in meter, van 'n motor word gegee deur $s = 10t^3 + 5t + 10$ waar *t* tyd in sekondes is.

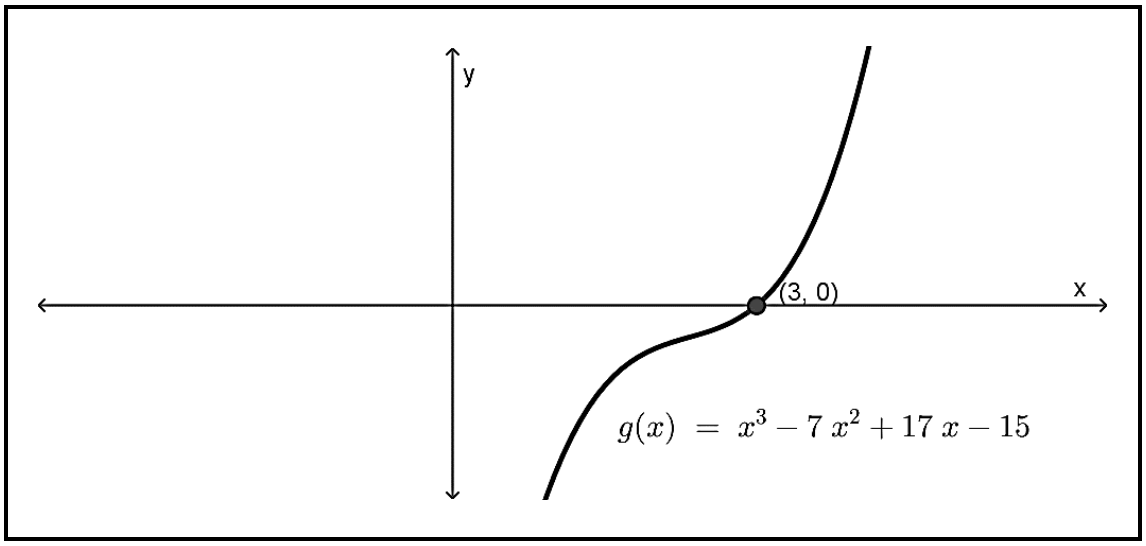
5.1.1 Bepaal die afstand afgelê by *t* = 2 s. (1)

5.1.2 Bepaal die snelheid van die motor by *t* = 5 s. (2)

5.1.3 Bepaal die versnelling by *t* = 3 s. (1)

5.1.4 Bepaal die tyd wat dit neem vir die motor om 'n snelheid van 500 m/s te bereik. (2)

5.2 Die volgende derdegraadse polinoom word gegee: $g(x) = x^3 - 7x^2 + 17x - 15$.



5.2.1 Skryf die faktor vir *g* (*x)* neer . (1)

5.2.2 Bepaal gevolglik al die wortels vir *g* (*x*). Skryf die niereële wortels in die vorm $a \pm bi$. (4)

5.2.3 Bepaal die infleksiepunt vir *g* (*x*). (3)

5.2.4 Bepaal die gradiënt van *g* (*x*) by *x* = 2. (1)

5.3 Vind die vergelyking van die raaklyn aan die kromme *xy* = *k* by enige punt $P\left(a;\frac{k}{a}\right)$ op die kromme. (3)

[18]

VRAAG 6

6.1 ’n Lekkergoedfabriek berei pakkies met gemengde lekkers voor. Hulle voeg drie soorte lekkers by, naamlik Power, Quanz en Roundy-toffies. Roundy-toffies is die goedkoopste en word gebruik om die pakke te vul. Daar moet hoogstens twee keer soveel Quanz as Power in die gemengde pakke wees. 'n Maksimum van 500 g Power en Quanz kan by 'n pakkie gevoeg word.
Die hoeveelheid Roundy-toffies per pak word gegee as $500 – (x + y)$. Daar moet minder as 200 g Roundy-toffies per pak wees. Laat Power x , Quanz y en Roundy z wees. Die koste vir Power, Quanz en Roundy is onderskeidelik 20 sent, 30 sent en 10 sent per gram.

6.1.1 Twee van die beperkings is $x \geq 0$ en $y \geq 0$.

Modelleer die ander beperkings ten opsigte van die gegewe inligting in terme van x en y. (3)

6.1.2 Gebruik ADDENDUM B (aangeheg) om die volgende vrae te beantwoord:

(a) Stel die ongelykhede in 'n grafiek voor. (3)

(b) Dui die uitvoerbaarheidsgebied op die grafiek aan. (1)

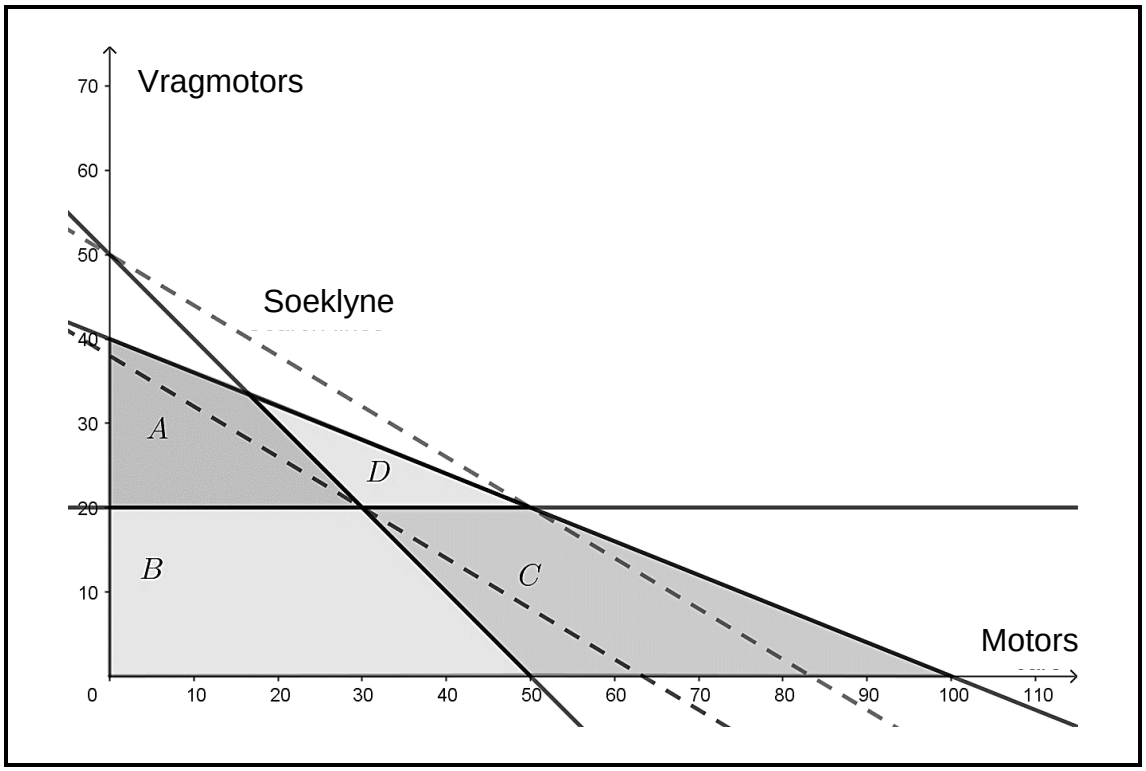
(c) Die kostevergelyking is $c = 20x + 30y + 10(500 – (x + y))$. Gebruik hierdie vergelyking om die soeklyn te trek. Vind en benoem die punt wat 'n maksimumkoste op die grafiek sal gee. Toon die antwoord op ADDENDUM B (aangeheg). (2)

(d) Bereken die koördinate van die maksimumpunt analities. (2)

(e) Bereken dus die minimumprys waarvoor hulle hierdie pak lekkers, bepaal in VRAAG 6.1.2 (d), moet verkoop vir as hulle R20 wins per pak wil maak. Gee die antwoord in rand. (2)

6.2 'n Groot parkeerterrein het 'n oppervlakte van 1 400 m^2 met plek vir x motors en y vragmotors. Elke motor benodig 14 m^2 spasie en elke vragmotor benodig 35 m^2 spasie. Daar moet ook plek wees vir:

(i) ten minste 50 voertuie
(ii) ten minste 20 vragmotors



6.2.1 Twee van die beperkings is $x \geq 0$ en $y \geq 20$.

Modelleer die ander beperkings ten opsigte van die gegewe inligting in terme van x en y . (2)

6.2.2 Watter van die veelhoeke op die grafiek (A, B, C of D) sal die uitvoerbaarheidsgebied verteenwoordig? (1)

6.2.3 Is 62 motors en 24 vragmotors 'n haalbare aantal voertuie wat in die parkeerterrein geparkeer moet word? Motiveer die antwoord. (2)

[18]

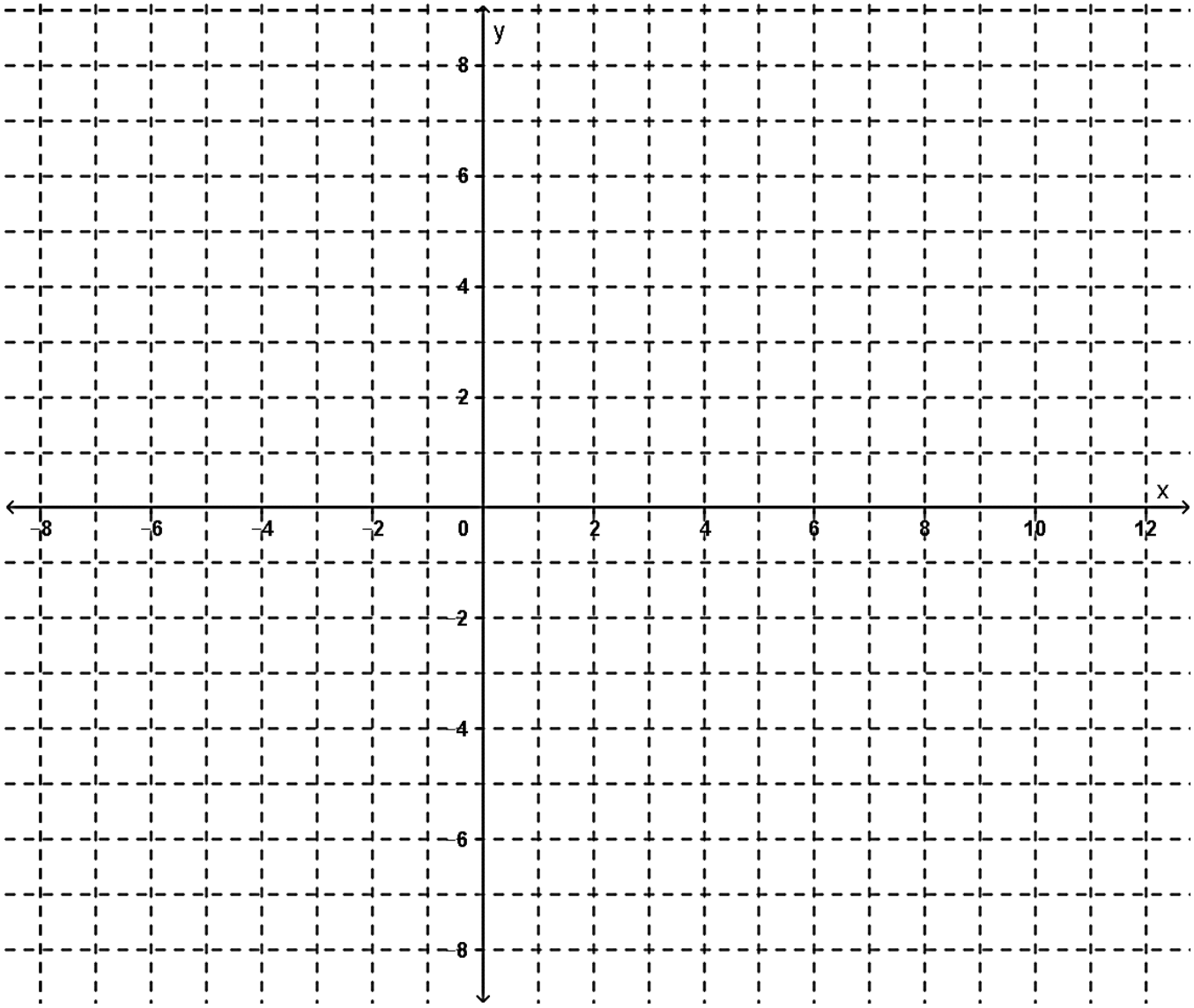
TOTAAL: 100

Kopiereg voorbehou

ADDENDUM A **EKSAMENNOMMER:**

SENTRUMNOMMER:

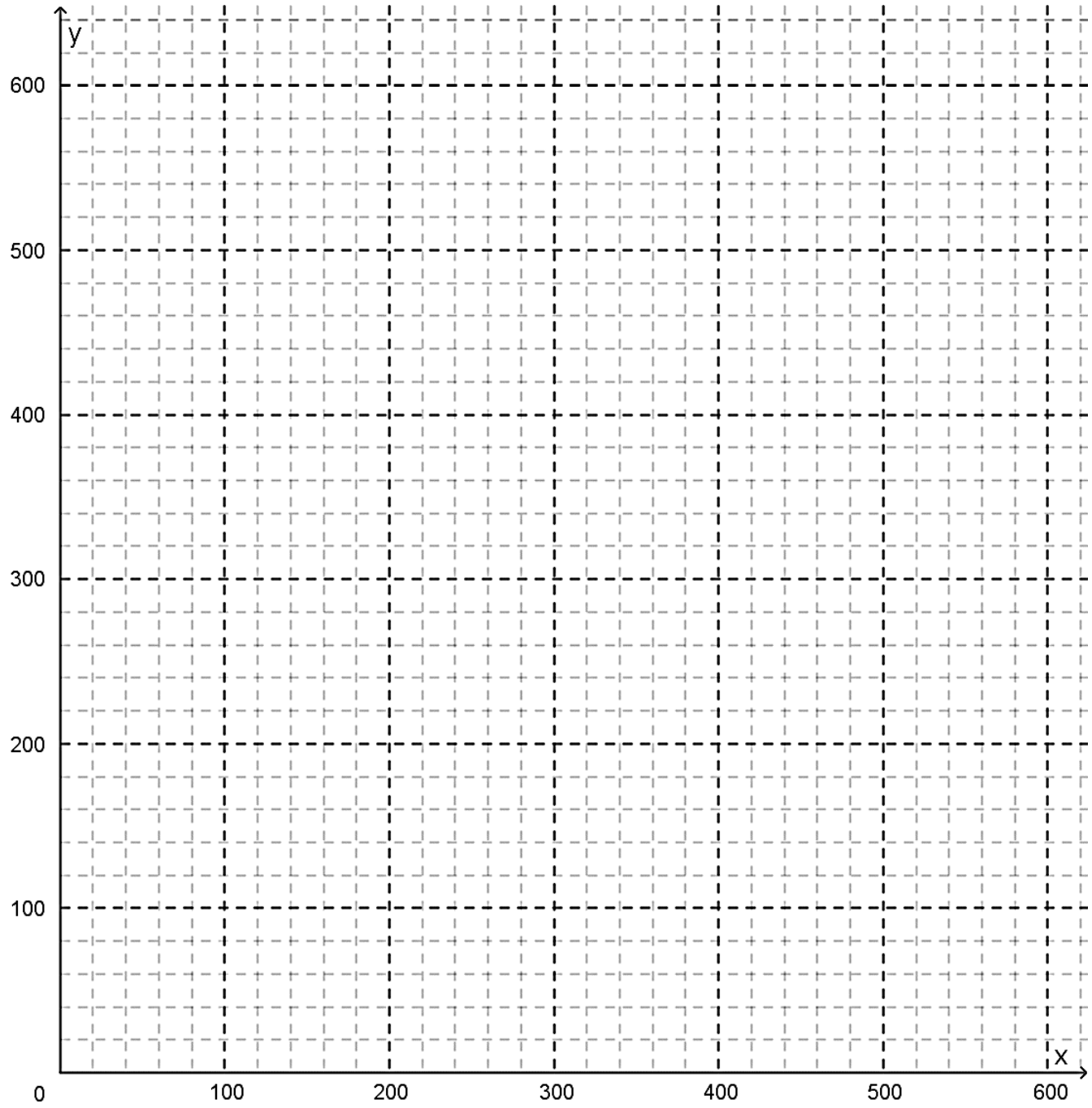
2.3.6



ADDENDUM B **EKSAMENNOMMER:**

SENTRUMNOMMER:

6.1.2



Kopiereg voorbehou

FORMULEBLAD

1. $z = r\cos\theta \pm rj\sin\theta$ **of** $z = r\cos\theta \pm ri\sin\theta$

2. $z = a \pm bj$ **of** $z = a \pm bi$ waar $i = j = \sqrt{-1}$

3. $r\angle\theta = rcis\theta$ waar r die modulus voorstel en θ die argument voorstel

4. $m = \lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

5. $\dfrac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$

6. $\dfrac{d}{dx}k = 0$

7. $\dfrac{dy}{dx} = u.\dfrac{dv}{dx} + v.\dfrac{du}{dx}$ **of** $\dfrac{d}{dx}[f(x).g(x)] = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$

8. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{v.\frac{du}{dx} - u.\frac{dv}{dx}}{v^2}$ **of** $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right] = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

9. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du} \times \dfrac{du}{dx}$

10. As $y = \big(f(x)\big)^n$ dan $\dfrac{dy}{dx} = n\big(f(x)\big)^{n-1}f'(x)$

11. As $y = ln\ kx$ dan $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{k}{kx}$ **of** As $f(x) = \ln kx$ dan $f'(x) = \dfrac{k}{kx}$

12. As $y = e^x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = e^x$ **of** As $f(x) = e^x$ dan $f'(x) = e^x$

13. As $y = e^{kx}$ dan $\dfrac{dy}{dx} = ke^{kx}$ **of** As $f(x) = e^{kx}$ dan $f'(x) = ke^{kx}$

14. As $y = \sin x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = \cos x$ **of** As $f(x) = \sin x$ dan $f'(x) = \cos x$

15. As $y = \cos x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = -\sin x$ **of** As $f(x) = \cos x$ dan $f'(x) = -\sin x$

16. As $y = \tan x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = \sec^2 x$ **of** As $f(x) = \tan x$ dan $f'(x) = \sec^2 x$

17. As $y = \cot x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = -\text{cosec}^2 x$ **of** As $f(x) = \cot x$ dan $f'(x) = -\text{cosec}^2 x$

18. As $y = \sec x$ dan $\dfrac{dy}{dx} = \sec x\tan x$ **of** As $f(x) = \sec x$ dan $f'(x) = \sec x\tan x$

19. As $y = \text{cosec}\ x$ $\rightarrow \dfrac{dy}{dx} = -\text{cosec}\ x\cot x$ **of** As $f(x) = \text{cosec}\ x$ $\rightarrow f'(x) = -\text{cosec}\ x\cot x$

20. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

21. $\int kx^n dx = k\int x^n dx$ waar k 'n konstante waarde is

22. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

23. $\int \frac{k}{x} dx = k\ ln\, x + c$

24 $\int e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} + c$

25. $\int \sin kx\ dx = -\frac{\cos kx}{k} + c = -\frac{1}{k}\cos kx + c$

26. $\int \cos kx\ dx = \frac{\sin kx}{k} + c = \frac{1}{k}\sin kx + c$

27. $\int \sec^2 kx\ dx = \frac{\tan kx}{k} + c = \frac{1}{k}\tan kx + c$

28. $A = \int_a^b y\ dx$

29. $[f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$

Kopiereg voorbehou